2022 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□

1．□2021·□□“□□□□□□□□□□”□“□”□□□□□“□”□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□$x^2+y^2\le 16$□□(x,y)□□□□□□y□□□□□□□□□□□□□□□□V_1□□□□$x^2-y^2=16$□$y=\pm x$□$y=\pm 4$□□□□□□y□□□□□□□□□□□□□□□V_2□□V_1□V_2□□□□□□□□□□（　）

A．$V_1=\frac{1}{2}V_2$　　B．$V_1=\frac{2}{3}V_2$　　C．$V_1=2V_2$　　D．$V_1=V_2$

□□□B

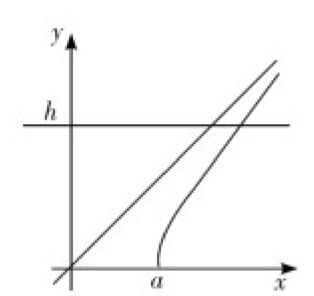
□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$x^2-y^2=a^2$□□□h□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$S=\pi a^2$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□y□□□□□□□□□□□□□□□V_2□□□□□□a□□□$2a$□□□□□□$V_□$□□□□□□$x^2+y^2\le 16$□□(x,y)□□□□□□y□□□□□□□□□□□□□□□□□□V_1□□□□□□□□□$V_1=\frac{2}{3}V_□$□$V_2=V_□$□□□□□$V_1=\frac{2}{3}V_2$□□□□□.

□□□

□□□□□□□□□□□□□$x^2-y^2=a^2$□□□h□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□



□□□□□□□□r□□h□□□□□□□□□$S_1=\pi h^2$□

□□□□R□□□□$R^2-h^2=a^2$□□□□□$R=\sqrt{a^2+h^2}$□

□□□□□□□□□ $S_2=\pi R^2=\pi\left(\sqrt{a^2+h^2}\right)^2=\pi\left(a^2+h^2\right)$□

□□□□□□□□□ $S=S_2-S_1=\pi a^2$ □□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ y □□□□□□□□□□□□□□ V_2□

□□□□□□ a □□□ $2a$ □□□□□□ $V_□$ □□□

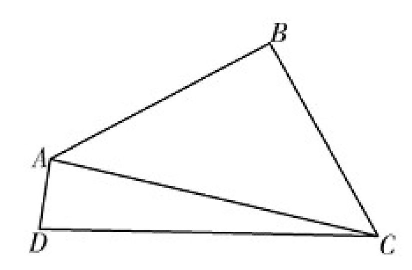
□□□□□ $V_1=\frac{4}{3}\pi a^3=\pi a^2\cdot 2a\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{3}V_□$ □

□□ $V_2=V_□$ □ $V_1=\frac{2}{3}V_□=\frac{2}{3}V_2$.

□□*B*.

2□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD$□□□□ $\triangle ABC$□□□□ $\triangle ACD$□□□□3□.□□□□□□ x,y□□

$AC=\left(\frac{1}{x}-3\right)AB+\left(1-\frac{1}{y}\right)AD$□□□□ $\frac{3}{x}+\frac{1}{y}$□□□□　□



A□10　　　　B□9　　　　C□8　　　　D□7

□□□□A

□□□□

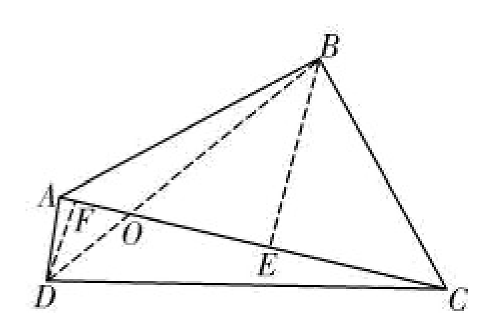
□□ BD □□ AC □ BD □□□ O □□□ B □ $BE\perp AC$ □□ E □□□ D □ $DF\perp AC$ □□ F □□□□□□ $3DF=BE$ □□□□ A,O,C □□□

□□□□ x,y□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□ BD□□ AC□ BD□□□ O□□□ B□ $BE\perp AC$□□ E□□□ D□ $DF\perp AC$□□ F.

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□



□$\triangle ACB$□□□□$\triangle ADC$□□□□ 3 □□□$3DF=BE$.

□□□□□□□□□□□□□□$3DO=OB$□

□□$3(DA+AO)=OA+AB$□□□$AO=\frac{1}{4}AB+\frac{3}{4}AD$.

□$AC=\lambda AO=\frac{\lambda}{4}AB+\frac{3\lambda}{4}AD$，□□$AC=\left(\frac{1}{x}-3\right)AB+\left(1-\frac{1}{y}\right)AD$□

□□$\left(1-\frac{1}{y}\right)=3\left(\frac{1}{x}-3\right)$□□□$\frac{3}{x}+\frac{1}{y}=10$.

□□□A.

3□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□$y^2=2px(p>0)$□□□$(2,m)$□□□□□□□3□□□□l□□l□□□□$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$□□□□□□□□□□□□□□□□$\sqrt{2}$□□□□□$C$□□□□□□　□

A□3　　B□$\sqrt{6}$　　C□$\sqrt{3}$　　D□$\frac{\sqrt{6}}{2}$

□□□□C

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□$p=2$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□l□□□□□□□□□□□□□□$A\left(-1,\frac{b}{a}\right),B\left(-1,-\frac{b}{a}\right)$□□□□□□□□

$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\cdot|AB|\cdot 1=\frac{b}{a}=\sqrt{2}$□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□□□ $y^2=2px(p>0)$ □□ $l: x=-\frac{p}{2}$ □

□□□□□□□ $2-\left|-\frac{p}{2}\right|=3$ □□□ $p=2$ □□□□ $l: x=-1$ □

□□□ C □□□□□□□ $y=\pm\frac{b}{a}x$ □□□□□□ l □□□□□□□□□□□□ $A\left(-1,\frac{b}{a}\right),B\left(-1,-\frac{b}{a}\right)$ □□□□ O □

□ $\triangle AOB$ □□ $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\cdot|AB|\cdot 1=\frac{b}{a}=\sqrt{2}$ □

□□□ C □□□□□ c □□□□□ e □□□ $e^2=\frac{c^2}{a^2}=1+\frac{b^2}{a^2}=3$ □□□ $e=\sqrt{3}$ □

□□□C

4□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ae^x-\ln x+\ln a\ge 0$ □□□□□ a □□□□□□□ □

A□$\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$　　B□$\left[\frac{2}{e},+\infty\right)$　　C□$\left[\frac{e}{2},+\infty\right)$　　D□$[e,+\infty)$

□□□□A

□□□□

□□□□□ $e^{\ln a+x}+\ln a+x\ge\ln x+x=e^{\ln x}+\ln x$ □□□□□□□□ $g(x)=e^x+x$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

$g(\ln a+x)\ge g(\ln x)$ □□□□□ $\ln a\ge\ln x-x$ □□□□□ $h(x)=\ln x-x$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□

□□□□

□□□□□ $ae^x-\ln x+\ln a\ge 0$ □□□□□ $e^{\ln a+x}+\ln a+x\ge\ln x+x=e^{\ln x}+\ln x$ □□□□

□□□□ $g(x)=e^x+x$ □□□ $g'(x)=e^x+1>0$ □□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□

□□□□ $ae^x-\ln x+\ln a\ge 0$ □□□□□□ $g(\ln a+x)\ge g(\ln x)$ □□□□□ $\ln a+x\ge\ln x$ □□□□□□□□□ $\ln a\ge\ln x-x$ □□□□

□ $h(x)=\ln x-x$ □□□ $h'(x)=\frac{1-x}{x}$ □

□ $0<x<1$ □□ $h'(x)>0, h(x)$ □□□□□□ $x>1$ □□ $h'(x)<0, h(x)$ □□□□□

□□□ $x=1$ □□□ $h(x)$ □□□□□□□□□ $h(1)=-1$ □

□□ $\ln a \geq -1$ □□□□ a □□□□□□ $\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$ □

□□□A

5□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 1.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ （ ）

A□ $\frac{\pi}{6}$ B□ $\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$ C□ $\frac{4\pi}{3}$ D□ $\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$

□□□□B

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□□□□□ $ABC-A_1B_1C_1$ □□□□□□△ $A_1B_1C_1$ □□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□△ ABC □□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□ O_1 □ O □□□ O_1O □□ O_1O □□ M □ M □△ ABC □□□□

□ M □□□□□ MA □□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABC-A_1B_1C_1$ □□□□□□□□□

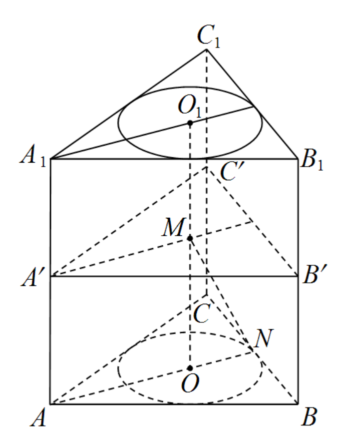
$\therefore |ON|=\frac{1}{3}|AN|=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\times|AB|=\frac{\sqrt{3}}{4}|AB|$ □ $|MN|=|MA|=|OA|=2|ON|=\frac{\sqrt{3}}{2}|AB|$ □ $|OM|=\frac{1}{2}$ □

□□□△ OMN □□□ $|OM|^2+|ON|^2=|MN|^2$ □□ $\frac{1}{4}+\frac{3}{16}|AB|^2=\frac{3}{4}|AB|^2$ □ $|AB|=\frac{2}{3}$ □

$\therefore$ □□□□ $|MN|=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ □

$\therefore$ □□□□ $V=\frac{4\pi R^3}{3}=\frac{4\pi}{3}\times\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

□□□B.



6□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□ l_1 □ $mx-y-3m+1=0$ □□□ l_2 □ $x+my-3m-1=0$ □□□□ P□□□ AB□□ C□

$(x+1)^2+(y+1)^2=4$□□□□□□□ $|AB|=2\sqrt{3}$□□ $|PA+PB|$□□□□□□　□

A□$4\sqrt{2}$　　B□$4\sqrt{2}-2$

C□$2\sqrt{2}-1$　　D□$4\sqrt{2}-1$

□□□□B

□□□□

□□□□□□ $l_1\perp l_2$ □ l_1 □□□ $(3,1)$ □ l_2 □□□ $(1,3)$ □□□□□□ P □□□□ $(x-2)^2+(y-2)^2=2$ □□□□□ M □□□□ r_2 □□ AB □□□ D □

□□ CD □□□ $CD=1$ □□□ C □□□□ r_1 □□□ $|PD|$ □□□□□□□ $|PA+PB|=2|PD|$ □□□□

□□□□

□□□ C □□ $r_1=2$ □□□ $C(-1,-1)$ □

□□ $l_1: mx-y-3m+1=0$ □ $l_2: x+my-3m-1=0$ □□□

□ l_1 □□□ $P(3,1)$ □ l_2 □□□ $Q(1,3)$ □

$\therefore P$□□□□□ PQ □□□□□□□□□ $(x-2)^2+(y-2)^2=2$ □□□ $M(2,2)$ □□□ $r_2=\sqrt{2}$ □

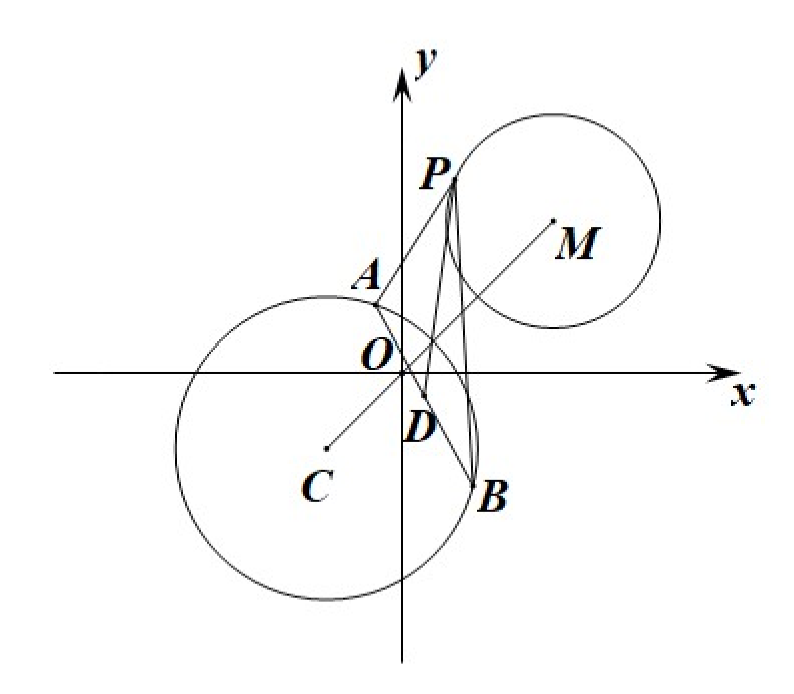
□ AB□□□ D□□□ CD□□ $|AB|=2\sqrt{3}$□□ $|CD|=\sqrt{4-3}=1$□

□ $|PA+PB|=|PD+DA+PD+DB|=2|PD|$ □

$|PD|_{min}=|CM|-1-r_2=3\sqrt{2}-1-\sqrt{2}=2\sqrt{2}-1$ □

$\therefore|PA+PB|$ □□□□□ $4\sqrt{2}-2$ □

□□□B□



7．□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□ $P-ABC$ □□□□□□ O □□□□□ $\triangle ABC$ □□□□ 2 □□□□□□□□ O □□□□□ $\frac{64}{9}\pi$ □□□□

□ $P-ABC$ □□□□□□□□□（　）

A□ $2\sqrt{3}$　　B□ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C□ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　D□ $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

□□□□B

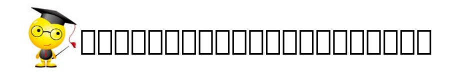
□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ P □□□ ABC □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $P-ABC$ □□□□□□□.

□□□□

□□□□□□ R □□ $\frac{64}{9}\pi=4\pi R^2, R=\frac{4}{3}$

□□□□□□ $P-ABC$ □□□□□□□□□ P □□ $\triangle ABC$ □□□□□□□□□ ABC □□□


□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□ P□□□ ABC□□□□ h□ $\triangle ABC$□□□□A □□□□ $d=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

□□ $(h-R)^2+d^2=R^2$ □□ $h^2-\frac{8}{3}h+\frac{4}{3}=0$ □□□ $h=\frac{2}{3}$ □ $h=2$

□□□□ $P-ABC$□□□□□□□□ $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin60^\circ\right)\times2=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

□□□B

8□□2021·□□□□·□□□□□□□□□ $f(x)=e^x+x^2+(a-3)x+1$ □□□(0□1)□□□□□□□□□ a □□□□□□□ □

A□(-e□2)　　B□(-e□1-e)　　C□(1□2)　　D□ $(-\infty,1-e)$

□□□□A

□□□□

$f'(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□.

□□□□

$f'(x)=e^x+3x^2+(a-3)$ □□□ $(0,1)$ □□□□□□□□□□□□

$$\begin{cases} f'(0)<0 \\ f'(1)>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2<0 \\ e+a>0 \end{cases} \Rightarrow -e<a<2$$ □

□□□□ $x_0\in(0,1)$ □□□ $f(x)$ □□□ $(0,x_0)$ □□□□□□□□□ $[x_0,1)$ □□□□□□□□□ $f(x)$ □□□ $(0,1)$ □□□□□□□□□□□□□□

□□ a □□□□□□ $(-e,2)$.

□□□A

9□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□ $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$ □□□□□□ $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ ω

□□□□□□□　□

A□ $\left[\frac{3}{2},2\right]$　　B□ $\left[1,\frac{3}{2}\right]$　　C□ $\left[\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right]$　　D□ $\left(0,\frac{3}{2}\right]$

□□□□D

□□□□

□□□□□□φ□□□□□□□□□□□□□□□$\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$\omega$□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□$\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$□□□□□□□$\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in Z)$□□$0<\varphi<\pi$□□$\varphi=\frac{\pi}{2}$□□□$f(x)=A\cos\omega x(\omega>0)$□□□□

$\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$0<\frac{\pi}{3}\omega\le\frac{\pi}{2}\Rightarrow\ \omega\in(0,\frac{3}{2}]$.

□□□D.

10□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□$f(x)=xe^x-2a(\ln x+x)$□□□□□□□a□□□□□□□□　□

A□0　　B□1　　C□2　　D□3

□□□□C

□□□□

□□□□□□□$f(x)=e^{x+\ln x}-2a(\ln x+x)$□□$t=x+\ln x$□□□□□□□□$g(t)=e^t-2at$□R□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

$f(x)=xe^x-2a(\ln x+x)=e^{x+\ln x}-2a(\ln x+x)$□

□$t=x+\ln x(x>0)$□$t'=1+\frac{1}{x}>0$□□□□□□$(0,+\infty)$□□□□□□□□□$t\in R$□□□□□□□□□□□□$g(t)=e^t-2at$□R□□□□□□□□

$g'(t)=e^t-2a$□

□$a\le0$□□$g'(t)>0$□□□□$g(t)$□R□□□□□□□□□□1□□□□□□□□□□□□□□□□

□$a>0$□□$x\in(-\infty,\ln2a)$□□□$g'(t)<0$□$g(t)$□□□□□$x\in(\ln2a,+\infty)$□□□$g'(t)>0$□$g(t)$□□□□.

□□□□ $g(t)$ □ R □□□□□□□□□ $g(t)_{\min}=g(\ln 2a)=2a(1-\ln 2a)<0\Rightarrow a>\frac{e}{2}$ □

□ $g(0)=1>0$ □

□□ $t>1$ □□ $\varphi(t)=e^t-t$ □ $\varphi'(t)=e^t-1>0$ □□ $\varphi(t)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□ $\varphi(t)=e^t-t>\varphi(1)=e-1>0\Rightarrow e^t>t$ □□

$t>2$ □ □ $e^{\frac{t}{2}}>\frac{t}{2}\Rightarrow e^t>\frac{t^2}{4}$ □□□ $g(t)>\frac{t^2}{4}-2at=\frac{t}{4}(t-8a)$ □□□ $a>\frac{e}{2}$ □□□ $8a>4e>1$ □□□ $t>8a$ □□ $g(t)>0$.

□□□□ $a>\frac{e}{2}$ □□□□□□□□ a □□□□□□□ 2.

□□□C.

□□□□

□□□□□□□□□□ $f(x)=xe^x-2a(\ln x+x)=e^{x+\ln x}-2a(\ln x+x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

$g(t)>0$ □□□□□ $e^t>t$ □□□□□□□□□□ $e^t>\frac{t^2}{4}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

11□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}\sin\frac{\pi x}{2},0\le x\le 2\\ -\sqrt{-x^2+6x-8},2<x\le 4\end{cases}$ □□□□ $g(x)=f(x)-kx-1$ □□□□□□□□□□

k □□□□□□（　　）

A□ $\left[-\frac{3}{4},-\frac{1}{4}\right]$　　B□ $\left(-\frac{3}{4},-\frac{1}{4}\right]$　　C□ $\left(-\frac{4}{3},-\frac{1}{4}\right)$　　D□ $\left(-\frac{4}{3},-\frac{1}{4}\right]$

□□□□B

□□□□

□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□ $y=g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□ $y=kx+1$ □□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□ $y=kx+1$ □

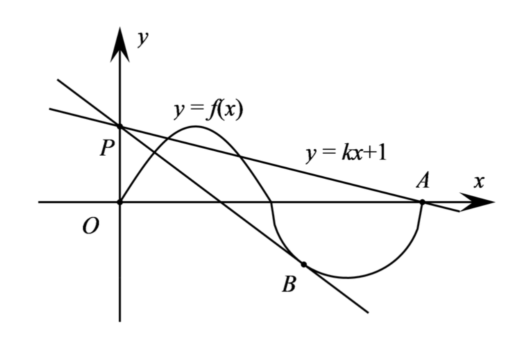
□ $(x-3)^2+y^2=1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=kx+1$ □□ $(4,0)$ □□□□□ k □□□□□□□□□□□ k □□□□□□

□□□□

□□□ $2<x<4$ □□ $y=-\sqrt{-x^2+6x-8}$ □□ $y\le 0$ □□□□□□□□ $y^2=-x^2+6x-8$ □

□□□ $(x-3)^2+y^2=1$ □

□□□□ $y=-\sqrt{-x^2+6x-8}(2<x\leq 4)$ □□□ $(x-3)^2+y^2=1$ □□□□□□□□□□□



□□□□□□□□ $y=g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□ $y=kx+1$ □□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□□□

□□ $y=kx+1$ □□□ $P(0,1)$ □

□□□ $y=kx+1$ □□ $A(4,0)$ □□□ $4k+1=0$ □□□ $k=-\frac{1}{4}$ □

□□□ $y=kx+1$ □□ $(x-3)^2+y^2=1$ □□□□□□□□□□□□□□ $k<0$ □

□□ $\frac{|3k+1|}{\sqrt{k^2+1}}=1$ □□□ $k=-\frac{3}{4}$ □

□□□□□□□ $-\frac{3}{4}<k\leq-\frac{1}{4}$ □□□□ $y=kx+1$ □□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□□□

□□□□□ k □□□□□ $\left(-\frac{3}{4},-\frac{1}{4}\right]$ □

□□□ B □

□□□□

□□

12□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^{x-a}+e^{x+a}$ □□ $3^a=\log_3 b=c$ □□

A□ $f(a)<f(b)<f(c)$　　　　B□ $f(b)<f(c)<f(a)$

C□ $f(a)<f(c)<f(b)$　　　　D□ $f(c)<f(b)<f(a)$

□□□□C

□□□□

□□□□□□□ $f(x)$ □ $(a,+\infty)$ □□□□□□□ $3^a=\log_3 b=c$ □□□ a<c<b □□□□□□□□□□.

□□□□

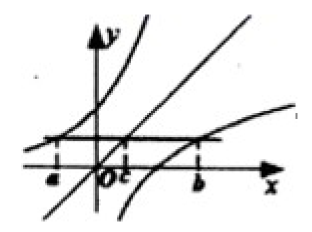
□□□□□□ $f'(x)=e^{x-a}-e^{x+a}\geq 0$

□□ $f(x)$ □ $(a,+\infty)$ □□□□□□

□□ y=c □ $y=3^x,\ y=\log_3 x,\ y=x$ □□□□

□ $3^a=\log_3 b=c$ □□□ a<c<b □□ f(a)<f(c)<f(b) □

□□:C.



□□□□

□□□.

13□□2021·□□·□□□.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 8 m □□□□□□□□□□□□□□□□ 2 m □□□□□□□□□□□□□　□ m^2.

A□ $16\sqrt{2}+16-\frac{\pi}{2}$　　　　B□ $16\sqrt{2}-\frac{\pi}{2}$

C．$16\sqrt{2}+8-\frac{\pi}{2}$　　　　　　D．$16\sqrt{2}+16-\pi$

□□□□A

□□□□

□□□□□□□□□ 8 □□□□□□□□□□□□□□ $\frac{360}{8}=45$ □□□□□□□□□□□□ a □□□□□□□□□ a □□□□□□□□□□□□□ S □□□□□□□□□□□□□□□

□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□ 8 □□□□□□□□□□□□□□ $\frac{360}{8}=45$ □

□□□□□□□□□□□ a □

□□□□□□□□ $\frac{a}{\sin\frac{135}{2}}=\frac{8}{\sin 45}$ □□□ $a=8\sqrt{2}\sin\frac{135}{2}$ □

□□□□□□□□□□ $S=\frac{1}{2}(8\sqrt{2}\sin\frac{135}{2})^2\cdot\sin 45=32\sqrt{2}\times\frac{1-\cos 135}{2}=16(\sqrt{2}+1)$ □

□□□□□□□□□□□ $16(\sqrt{2}+1)-\frac{1}{8}\pi\times 2^2=16\sqrt{2}+16-\frac{\pi}{2}(m^2)$.

□□□A.

14．（2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ x_1 □ x_2 □ x_3 □ $x_1<x_2<x_3$ □□□□ $f(x)=x(e^x+1)+m(e^x-1)$ □ $m\in R$ □ $m\neq 0$ □□ 3 □□□□□ $e^{x_1}-2x_2+x_3$ □□□□□□□　□

A．$(1,+\infty)$　　　B．$[1,+\infty)$　　　C．$(2,+\infty)$　　　D．$[2,+\infty)$

□□□□A

□□□□

□□ $f(0)=0$ □□ $x_2=0$ □□ $f(x_0)=0$ □□ $f(-x_0)=-e^{-x_0}f(x_0)=0$ □□□ $x_3=-x_1>0$ □□□□□

$g(x_3)=e^{x_1}-2x_2+x_3=e^{-x_3}+x_3, x_3>0$ □□□□□□□□□.

□□□□

解：显然 $f(0)=0$，即 $x_2=0$，

设 $f(x_0)=0$，则 $f(-x_0)=-x_0(e^{-x_0}+1)+m(e^{-x_0}-1)=e^{-x_0}[-x_0(1+e^{x_0})+m(1-e^{x_0})]$

$=-e^{-x_0}f(x_0)=0$

所以 $x_3=-x_1>0$，

所以 $g(x_3)=e^{x_1}-2x_2+x_3=e^{-x_3}+x_3, x_3>0$，

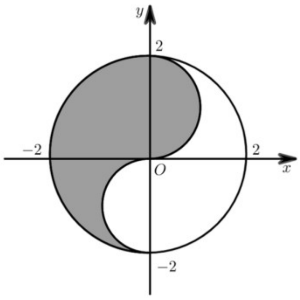
因为 $g'(x_3)=-e^{-x_3}+1>0$ 恒成立，

所以 $y=g(x_3)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $g(x_3)>g(0)=1$，

故选：A.

15.（2021·山东·滕州市第一中学新校高三阶段练习）众所周知的“太极图”，其形状如对称的阴阳两鱼互抱在一起，也被称为“阴阳鱼太极图”.如图是放在平面直角坐标系中的“太极图”.整个图形是一个圆形 $x^2+y^2=4$.其中黑色阴影区域在 y 轴右侧部分的边界为一个半圆，给出以下命题：



① 当 $a=-\dfrac{3}{2}$ 时，直线 $y=ax+2a$ 与白色部分有公共点；

② 黑色阴影部分（包括黑白交界处）中一点 (x,y)，则 $x+y$ 的最大值为 $\sqrt{2}+1$；

③ 若点 $P(0,1)$，MN 为圆 $x^2+y^2=4$ 过点 P 的直径，线段 AB 是圆 $x^2+y^2=4$ 所有过点 P 的弦中最短的弦，则 $(\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BN})\cdot\overrightarrow{AB}$ 的值为 12.

其中所有正确结论的序号是（　　）

A. ①②　　　　B. ①③　　　　C. ②③　　　　D. ①②③

□□□□C

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□①□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□②□□□□□□□A□B□M□N□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□③□□□.

□□□□

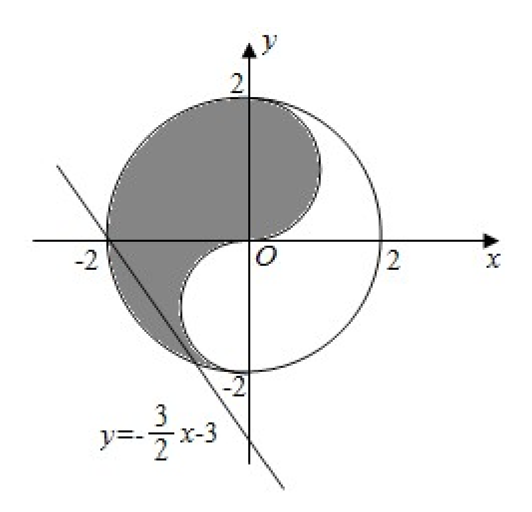
□□①□□ $a=-\frac{3}{2}$ □□□□□□□□ $y=-\frac{3}{2}x-3$ □□ $3x+2y+6=0$ □

□□ $(0,0)$ □□□ $3x+2y+6=0$ □□□□ $\frac{6}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{6\sqrt{13}}{13}<2$ □

□□□□□□□□□□ $x^2+(y+1)^2=1$ □□□□ $(0,-1)$ □□□□ 1□

□□ $(0,-1)$ □□□ $3x+2y+6=0$ □□□□ $d=\frac{4}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{4\sqrt{13}}{13}>1$ □

□□□□□

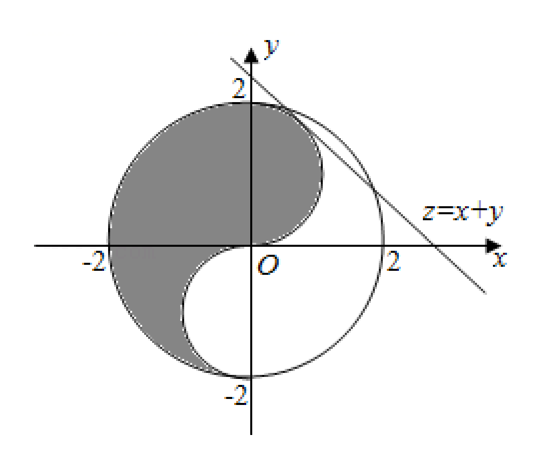


□□□□□□□ $y=-\frac{3}{2}x-3$ □□□□□□□□□□□□①□□□

□□②□□□□□□□□□□□□□ $x^2+(y-1)^2=1$ □

□ $z=x+y$ □□□□□□□

JP.ZXXK.COM
学科网原创，让学习更容易！
学科网精品频道全力推荐



□□□ $z=x+y$ □□ $x^2+(y-1)^2=1$ □□□□ z □□□□□□

□□ $x^2+(y-1)^2=1$ □□□□□□ $(0,1)$ □□□□ 1□

□□ $\frac{|1-z|}{\sqrt{2}}=1$ □□□ $z=1\pm\sqrt{2}$ □

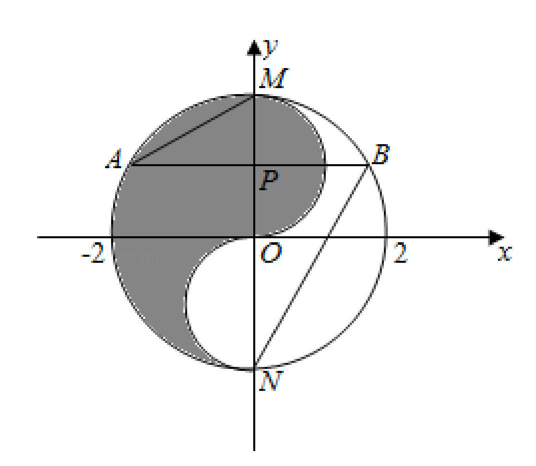
□□□□□ $z>0$ □□ z □□□□□ $\sqrt{2}+1$ □□②□□□

□□③□□□ MN □□ $x^2+y^2=4$ □□□ $P(0,1)$ □□□□

□ M □ N □□ $x^2+y^2=4$ □ y □□□□□□□

□□ $M(0,2)$ □ $N(0,-2)$ □

□□□□□



□ $AB\perp y$ □□□ $|AB|$ □□□□□

□□□ AB □□□□ $y=1$ □

□□□ $A(-\sqrt{3}$ □ $1)$ □ $B(\sqrt{3}$ □ $1)$ □

□□ $AM=(\sqrt{3}$ □ $1)$ □ $BN=(-\sqrt{3}$ □ $-3)$ □

$AB=(2\sqrt{3}$ □ $0)$ □

□□ $AM-BN=(2\sqrt{3}$ □ $4)$ □

□□ $(AM-BN)\cdot AB=12$ □□③□□□

□□□C□

16□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□ a □ b □□□□□ 60 □□□□□□ MN □□□□ 2 □□□□ 4 □□□ PQ □□□□□□□□□ a □ b □□

□□□ PQ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

A□□□ B□□ C□□□ D□□□□

□□□□C

□□□□

□□□ $M\in a$ □ $N\in b$ □□□□ MN □□□□ O □□□ O □□□□□ $a'//a$ □□□□ $b'//b$ □

□□ O □□□□□□□□□ a' □ b' □□□□□□□□□□□□□□□□□ x □□□□ MN □□□□□ z □□□□□□□□□□□□□□□□□ $P(\sqrt{3}t,-t,-1)$ □ $Q(\sqrt{3}m,m,1)$ □

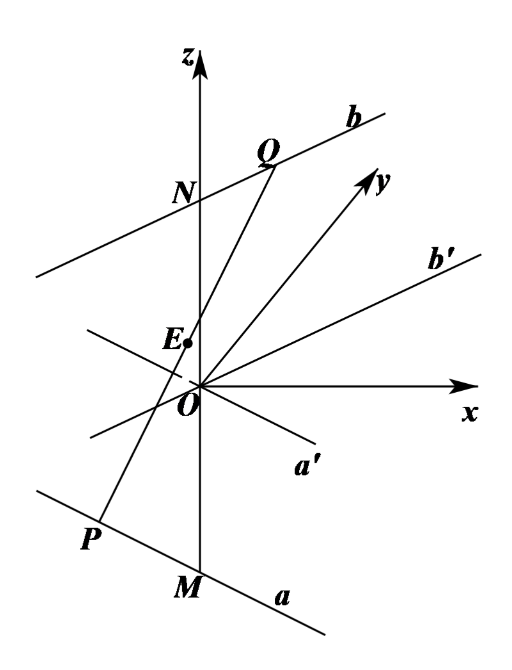
□□□ $3(t-m)^2+(t+m)^2=12$ □□□□ PQ □□□□ $E(x,y,z)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ E □□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□ $M\in a$ □ $N\in b$ □□□□ MN □□□□ O □

□□ O □□□□□ $a'//a$ □□□□ $b'//b$ □

□□ O □□□□□□□□□ a' □ b' □□□□□□□□□□□□□□□□□ x □□□□ MN □□□□□ z □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□



□ $M(0,0,-1)$ □ $N(0,0,1)$ □□□ $P(\sqrt{3}t,-t,-1)$ □ $Q(\sqrt{3}m,m,1)$ □

$|PQ|=\sqrt{3(t-m)^2+(t+m)^2+4}=4$ □□□ $3(t-m)^2+(t+m)^2=12$ □

□□□ PQ □□□□ $E(x,y,z)$ □□ $\begin{cases} x=\frac{\sqrt{3}(m+t)}{2} \\ y=\frac{m-t}{2} \\ z=0 \end{cases}$ □□□ $\begin{cases} m+t=\frac{2x}{\sqrt{3}} \\ m-t=2y \\ z=0 \end{cases}$ □

□□□ $3(t-m)^2+(t+m)^2=12y^2+\frac{4x^2}{3}=12$ □□ $\frac{x^2}{9}+y^2=1$.

□□□□□ PQ □□□□□□□□□.

□□□C.

17□□2021·□□·□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□ n □□□ S_n □ $a_1=2$ □ $a_{n+1}-a_n\in\{1,3,5\}$ □ $S_k=100$ □□ k □□□□□（ ）

A□8　　B□9　　C□11　　D□12

□□□□A

□□□□

□□□□ $a_{n+1}-a_n$ □1□3□5 □□□□□□□□□□□ n □□□□□□□□□

□□□□

①□ $a_{n+1}-a_n=1$ □□ $a_n=2+(n-1)\times 1=n+1$ □

$\therefore S_n=\frac{n(2+n+1)}{2}=\frac{n(n+3)}{2}$ □

□ $S_k=100$ □□ $\frac{k(k+3)}{2}=100\Rightarrow k^2+3k-200=0$ □□□□□□□□□□

② $a_{n+1}-a_n=3$ □□ $a_n=2+(n-1)\times 3=3n-1$ □

$\therefore S_n=\frac{n(3n-1+2)}{2}=\frac{n(3n+1)}{2}$ □

□ $S_k=100$ □□ $\frac{k(3k+1)}{2}=100\Rightarrow 3k^2+k-200=0\Rightarrow (3k+25)(k-8)=0\Rightarrow k=8$ □ $k=-\frac{25}{3}$ □$\therefore k=8$ □□□□□

③□ $a_{n+1}-a_n=5$ □□ $a_n=2+(n-1)\times 5=5n-3$ □

$\therefore S_n=\frac{n(2+5n-3)}{2}=\frac{n(5n-1)}{2}$ □

□ $S_k=100$ □□ $\frac{k(5k-1)}{2}=100\Rightarrow 5k^2-k-200=0$ □□□□□□□□□□□

$\therefore k$ □□ 8□

□□□A□

18□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=6x^2\cdot e^x-3ax+2a$ (e □□□□□□□□□□□□□ $x\in\mathrm{R}$ □ $f(x)\geq 0$ □□□□□□□

a □□□□□□　□

A□ e　　B□ $2e$　　C□ $4e$　　D□ $6e$

□□□□D

□□□□

□ $x\in\mathbf{R}$ □ $f(x)\ldots 0$ □□□□□□ $a(3x-2)\text{,,} 6x^2\cdot e^x$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□ $f(x)=6x^2\cdot e^x-3ax+2a(e$ □□□□□□□□□□□ $x\in\mathbf{R}$ □ $f(x)\ldots 0$ □□□□

$\therefore a(3x-2) \leqslant 6x^2 \cdot e^x$□

□$3x-2>0$□□□$x>\frac{2}{3}$□□$a \leqslant \frac{6x^2 \cdot e^x}{3x-2}$□

□$g(x)=\frac{6x^2 \cdot e^x}{3x-2}$□$x>\frac{2}{3}$□

$\therefore g'(x)=6\times\frac{(2xe^x+x^2e^x)(3x-2)-3x^2e^x}{(3x-2)^2}=6\times\frac{xe^x(3x^2+x-4)}{(3x-2)^2}=6xe^x\cdot\frac{(3x+4)(x-1)}{(3x-2)^2}$□

□$g'(x)=0$□□□$x=1$□

$\therefore$□$x\in(\frac{2}{3}$□$1)$□□$g'(x)<0$□□□$g(x)$□□□□□

□$x\in(1,+\infty)$□□$g'(x)>0$□□□$g(x)$□□□□□

$\therefore g(x)_{min}=g$□1□$=6e$□

$\therefore a \leqslant 6e$□

□$3x-2<0$□□□$x<\frac{2}{3}$□□$a \geqslant \frac{6x^2 \cdot e^x}{3x-2}$□

□$g'(x)=6xe^x\cdot\frac{(3x+4)(x-1)}{(3x-2)^2}$□

□$g'(x)=0$□□□$x=0$□$x=-\frac{4}{3}$□

□$-\frac{4}{3}<x<0$□□$g'(x)>0$□□□$g(x)$□□□□□□

□$x<-\frac{4}{3}$□$0<x<\frac{2}{3}$□□$g'(x)<0$□□□$g(x)$□□□□□

$\therefore g(x)_{max}=g(0)=0$□

$\therefore a \geqslant 0$□

□$x=\frac{2}{3}$□□$f(\frac{2}{3})=\frac{8}{3}e^{\frac{2}{3}}>0$□□□□

□□□□a□□□□□□$[0$□$6e]$□

□□□□□$6e$□

□□□ D □

□□□□□

19□□2021·□□·□□□□□□□ F_1,F_2 □□□□□ $C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ □□□□ $C_2:\frac{x^2}{a_1^2}-\frac{y^2}{b_1^2}=1(a_1>0,b_1>0)$ □□□□□□□

□□ C_1 □□□□ C_2 □□□□□□□□□ M □□□ C_1 □□□□ C_2 □□□□□□□ e_1,e_2,O □□□□□□□□ □

A□ $|F_1F_2|=2|MO|$ □□ $\frac{1}{e_1^2}+\frac{1}{e_2^2}=\sqrt{2}$

B□ $|F_1F_2|=2|MO|$ □□ $\frac{1}{e_1^2}+\frac{1}{e_2^2}=2$

C□ $|F_1F_2|=4|MF_2|$ □□ e_1e_2 □□□□□□ $\left(\frac{2}{3},\frac{3}{2}\right)$

D□ $|F_1F_2|=4|MF_2|$ □□ e_1e_2 □□□□□□ $\left(\frac{2}{3},2\right)$

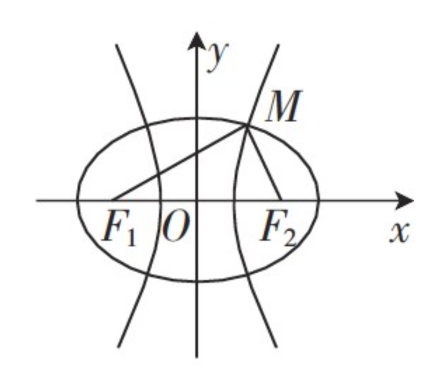
□□□□BD

□□□□

□□ $|MF_1|=m,|MF_2|=n$ □□□□ $2c$ □□□□□□□□□□□□□□□□□ $m=a+a_1$ □ $n=a-a_1$ □□ $|F_1F_2|=2|MO|$ □□ $\angle F_1MF_2=90^\circ$ □□

□□□□ B □□□A □□□ $|F_1F_2|=4|MF_2|$ □□□□ $\frac{1}{e_1}-\frac{1}{e_2}=\frac{1}{2}$ □□□ $e_1e_2=\frac{2e_2^2}{2+e_2}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ D □□□C □.

□□□□



□□□□ $|MF_1|=m, |MF_2|=n$ □□□□ $2c$ □□□□□□□□ $m+n=2a$ □□□□□□□□□ $m-n=2a_1$ □□□ $m=a+a_1$ □ $n=a-a_1$ □

□ $|F_1F_2|=2|MO|$ □□□ $\angle F_1MF_2=90^\circ$ □□□ $m^2+n^2=4c^2$ □

□ $a^2+a_1^2=2c^2$ □□□□□□□□□□ $\frac{1}{e_1^2}+\frac{1}{e_2^2}=2$ □□B□□.

□ $|F_1F_2|=4|MF_2|$ □□□□ $n=\frac{1}{2}c$ □□ $a-a_1=\frac{1}{2}c$ □□□ $\frac{1}{e_1}-\frac{1}{e_2}=\frac{1}{2}$ □

□ $0<e_1<1$ □□□ $\frac{1}{e_1}>1$ □□□ $\frac{1}{e_2}>\frac{1}{2}$ □□ $1<e_2<2$ □□ $e_1e_2=\frac{2e_2^2}{2+e_2}$ □

□□ $2+e_2=t(3<t<4)$ □□ $\frac{2e_2^2}{2+e_2}=\frac{2(t-2)^2}{t}=2\left(t+\frac{4}{t}-4\right)$ □

□ $f(t)=t+\frac{4}{t}-4$ □ $(3,4)$ □□□□□□□□ $f(t)\in\left(\frac{1}{3},1\right)$ □□ $e_1e_2\in\left(\frac{2}{3},2\right)$ □□D□□.

□□□□BD.

□□□□

□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $|MF_1|$ □ $|MF_2|$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

20□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□ P □□□□ M □□□□□□□□□□□ M □□ P □□□□□□□

$1-\frac{1}{2\pi}(\angle Q_1PQ_2+\angle Q_2PQ_3+\cdots+\angle Q_{k-1}PQ_k+\angle Q_kPQ_1)$ □□□ $Q_i(i=1,2,\cdots,k,k\geq 3)$ □□□□ M □□□□□ P □□□□□□□□

□Q_1PQ_2□□□Q_2PQ_3□…□□□$Q_{k-1}PQ_k$□□□Q_kPQ_1□□□□M□□□□P□□□□□□□□□□□□□□□□$ABCD-A_1B_1C_1D_1$□□□□

$ABCD$□□□□$AA_1=AB$□□□□□□□□□□□　□

A□□□□□□$ABCD-A_1B_1C_1D_1$□□□□□□□□□□□□□□□□

B□□$AC=BD$□□□□□□$ABCD-A_1B_1C_1D_1$□□□A□□□□□□□$\frac{1}{4}$

C□□$AB=BD$□□□□□□$ABCD-A_1B_1C_1D_1$□□□A□□□□□□□$\frac{2}{3}$

D□□□□□□A_1ABD□□A_1□□□□□□□$\frac{7}{12}$□□$AC_1\perp$□□A_1BD

□□□□BD

□□□□

□□.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□.

□□□□

A□□□□□□□$ABCD-A_1B_1C_1D_1$□□$ABCD-A_1B_1C_1D_1$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□A□□□

B□□□$AC=BD$□□□□$ABCD$□□□□□□□□$AA_1\perp$□□$ABCD$□□□□$AA_1\perp AB$□$AA_1\perp AD$□□□□□□□□$ABCD-A_1B_1C_1D_1$□

□□A□□□□□□□□$1-\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{4}$□□□B□□□

C□□□$AB=BD$□□$\angle BAD=\frac{\pi}{3}$□□$AA_1\perp AB$□$AA_1\perp AD$□□□□□□□□$ABCD-A_1B_1C_1D_1$□□□A□□□□□□□□

$1-\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{3}$□□□C□□□

D□□□□□□□A_1ABD□□$AA_1\perp AB$□$AA_1\perp AD$□$AA_1=AB=AD$□□□$\angle A_1AB=\angle A_1AD=\frac{\pi}{4}$□□□□□□$A_1ABD$□□$A_1$□□

□□□□□ $1-\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}+\angle BA_1D\right)=\frac{7}{12}$□□□$\angle BA_1D=\frac{\pi}{3}$□□□$A_1B=A_1D=\sqrt{2}AB$□□□$BD=\sqrt{2}AB$□□□$AB\perp AD$□□

□□□□□$ABCD-A_1B_1C_1D_1$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$AC_1\perp$□□A_1BD□□□D□□□

□□□BD

□□□□

□□□

□□□□□□□——□□

21□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)-1\left(\omega>0,0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}\right)$□□□□□□□$4\pi$□□$f(x)$□

$[0,5\pi]$□□□3□□□□□□　□

A□$f(x)$□□□□□□□□□$x=\frac{2\pi}{3}$□□

B□φ□□□□□□$\left[0,\frac{\pi}{3}\right]\cup\left\{\frac{5\pi}{12}\right\}$

C□$f(x)$□$\left[-\frac{5\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$□□□□□□□□□

D□φ□□□□□□$\left[0,\frac{\pi}{6}\right]\cup\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$

□□□□AD

□□□□

□□□□□□$\omega=\frac{1}{2}$□□□φ□□□□$x\in[0,5\pi]$□□□$\frac{5\pi}{2}\le\varphi+\frac{5\pi}{2}\le3\pi$□□$\varphi+\frac{5\pi}{2}$□□□□□□□□□$y=\sin x-\frac{1}{2}$□$[0,3\pi]$□□□□

□□$f(x)$□□□□□□□□□□□□□φ□□□□□□□□φ□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ $T=\frac{2\pi}{\omega}=4\pi$ □□□ $\omega=\frac{1}{2}$.□ $f(x)=0$ □□ $\sin\left(\frac{1}{2}x+\varphi\right)=\frac{1}{2}$.

□ $x\in[0,5\pi]$ □□ $\frac{1}{2}x+\varphi\in\left[\varphi,\varphi+\frac{5\pi}{2}\right]$ □□ $0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$ □□□ $\frac{5\pi}{2}\le\varphi+\frac{5\pi}{2}\le3\pi$.

□□ $y=\sin x-\frac{1}{2}$ □□ $[0,3\pi]$ □□□□□ $\frac{\pi}{6}$ □ $\frac{5\pi}{6}$ □ $\frac{13\pi}{6}$ □ $\frac{17\pi}{6}$ □□ $f(x)$ □ $[0,5\pi]$ □□□ 3 □□□□

□□ $\begin{cases}0\le\varphi\le\frac{\pi}{6},\\ \frac{13\pi}{6}\le\varphi+\frac{5\pi}{2}<\frac{17\pi}{6}\end{cases}$ □ $\begin{cases}\frac{\pi}{6}<\varphi\le\frac{\pi}{2},\\ \frac{17\pi}{6}\le\varphi+\frac{5\pi}{2},\end{cases}$ □□ $\varphi\in\left[0,\frac{\pi}{6}\right]\cup\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$.

□ $\varphi=\frac{\pi}{6}$ □□ $f(x)$ □□□□□□□ $x=\frac{2\pi}{3}$ □□.

□ $\varphi=\frac{\pi}{3}$ □□ $f(x)$ □ $\left[-\frac{5\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$ □□□□□.

□□□AD

22□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□ O □□□□□ F_1,F_2 □□□□□□ $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0$□ $b>0)$ □□□□□□□□ P □□□□□□□□□

□□□□□□□□□　□

A□□ $|PO|=|PF_2|$ □□□□□□□□□ $e\ge2$

B□□ $\vee POF_2$ □□□□ $\sqrt{3}$ □□□□□□□ $b^2=2\sqrt{3}$

C□□ A_2 □□□□□□□□□ $PF_2\perp x$ □□□ $|F_2A_2|=|F_2P|$

D□□□□ F_2P □□□□□□□□□□□□□□ Q □□ $||QF_1|-|QF_2||>2a$

□□□□AB

□□□□

□□□A□□□□□□□ $\frac{c}{2}\ge a$ □□□□□ $e\ge2$ □□□B□□□□□□□□□□□□□□ $c=2$□ $a=\sqrt{3}-1$ □□□□ $b^2=2\sqrt{3}$ □□□C□□□

$|F_2A_2|=c-a$, $|F_2P|=\frac{b^2}{a}$ □□□□□ $|F_2A_2|\ne|F_2P|$ □□□D□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□ A□□□$|PQ|=|PF_2|$□□□ OF_2□□□□ $x=\frac{c}{2}$□□□□□□□□□□□□ $\frac{c}{2}\ge a$□□□ $e\ge 2$□□□□ A □□□□□□□ B□□□

$|PF_2|=|OF_2|=|OF_1|=c=2$□□□$|PF_1|=2\sqrt{3}$□□□$a=\frac{|PF_1|-|PF_2|}{2}=\sqrt{3}-1$□□□$b^2=c^2-a^2=2\sqrt{3}$□□□□ B □□□□□□

□ C□□□□□□$|F_2A_2|=c-a,|F_2P|=\frac{b^2}{a}$□□□□□□□□ C □□□

□□□□ D□□ P□□□□□□□ Q□□□□□□□□$||QF_1|-|QF_2||=0<2a$□□□□ D □□.

□□□AB.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ a,c□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $e=\frac{c}{a}$□□

$||PF_1|-|PF_2||=2a$□□□□□□□□□□□□a,b,c.

23□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=3\sin 2x+4\cos 2x$□$g(x)=f(x)+|f(x)|$.□□□$x_0\in R$□□□□□□$x\in\mathbf{R}$□

$f(x)\ge f(x_0)$□□□（　）

A□□□$x\in R,f(x+x_0)=f(x-x_0)$

B□□□$x\in R,f(x)\le f\left(x_0+\frac{\pi}{2}\right)$

C□□□$\theta>0$□□□$g(x)$□$(x_0,x_0+\theta)$□□□□□2 □□□

D□□□$\theta>-\frac{5\pi}{12}$□□□$g(x)$□$\left(x_0-\frac{5\pi}{12},x_0+\theta\right)$□□□□□

□□□□BD

□□□□

□□□□ $f(x)=5\sin(2x+\varphi)$□□□□□ $x\in\mathbf{R}$□ $f(x)\ge f(x_0)$ □□□ x_0 □□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ A □□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□

$T=\pi$ □□□ $x_0+\frac{\pi}{2}$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ B □□□□□□ $(x_0,x_0+\frac{\pi}{4})$ □ $f(x)<0$ □□□ $g(x)=0$ □□□□ C □□□□ $\theta=-\frac{\pi}{4}$ □

□□□ D □□.

□□□□

□□□□□□ $f(x)=3\sin2x+4\cos2x=5\sin(2x+\varphi)$ □□□ $\cos\varphi=\frac{3}{5}$ □

□□□□□ $x\in\mathbf{R}$ □ $f(x)\ge f(x_0)$ □□ x_0 □□□ $f(x)$ □□□□□□

□□□□ $f(x)$ □□ $x=x_0$ □□□□□ $f(x+x_0)=f(-x+x_0)\ne f(x-x_0)$ □□□ A □□□□

□□□ $f(x)=5\sin(2x+\varphi)$ □□□□□□□ $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$ □□□ $x_0+\frac{\pi}{2}$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $f(x)\le f(x_0+\frac{\pi}{2})$ □□□ B □□□

□□ $f(x_0)<0$ □□ x_0 □□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $f(x_0+\frac{\pi}{4})=0$ □

□□□□□ $(x_0,x_0+\frac{\pi}{4})$ □ $f(x)<0$ □□□ $g(x)=0$ □

□□□□ $\theta>0$ □□□ $g(x)$ □ $(x_0,x_0+\theta)$ □□□□□ 2 □□□□□□ C □□□

□ $\theta=-\frac{\pi}{4}$ □□□ $(x_0-\frac{5\pi}{12},x_0-\frac{\pi}{4})$ □□ $f(x)$ □□□□□ $f(x)>0$ □□□ $g(x)=2f(x)$ □□□□□□□ D □□.

□□□BD.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

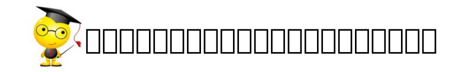
1□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=A\sin(wx+\varphi)$ □□□□

2□□□.

24□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□1 □□□□□ $EFGH$ □□□□ $2\sqrt{2}$ □A□B□C□D□□□□□□□□□□□□ AB□BC□CD□

DA□$\triangle ABF$□$\triangle BCG$□$\triangle CDH$□$\triangle DAE$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD$ □□□□□□□□ $EFGH$ □□□□□□□ 2 □

□□□□□□□□　□



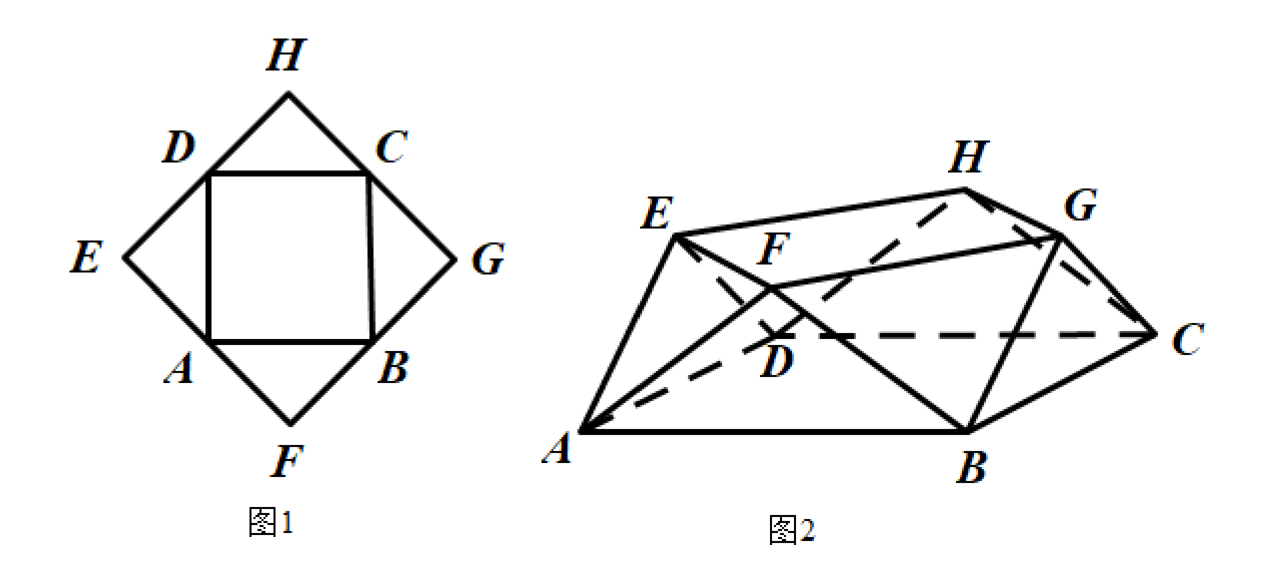


图1　　图2

A□□□ $AEF\perp$ □□ CGH

B□□□ AF □□□ CG □□□□□ 60°

C□□□□ $ABCD-EFGH$ □□□□ $\frac{6+2\sqrt{2}}{3}$

D□□□ CG □□□ AEF □□□□□□□ $\sqrt{2}$

□□□□BD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ CD□ AB□□□ O□M□□□ OH□ OM□□□□∵A□B□C□D□□□□ $EFGH$□□□□□□□ $CH=DH$□∵O□ CD□□□□∴ $OH\perp CD$□

∵□□ $CDH\perp$□□ $ABCD$□□□ $CDH\cap$□□ $ABCD=CD$□ $OH\subset$□□ CDH□

∴ $OH\perp$□□ $ABCD$□

□□□ $ABCD$□□□□ 2 □□□□□

∵O□M□□□ CD□ AB□□□□□ $OC//BM$□ $OC=BM$□□ $\angle OCB=90^\circ$ □

□□□□□ $OCBM$□□□□□□ $OM\perp CD$□

□□ O□□□□□ OM□ OC□ OH□□□□□□□ x□y□z□□□□□□□□□□□□

$A(2,-1,0)$□ $B(2,1,0)$□ $C(0,1,0)$□ $D(0,-1,0)$□ $E(1,-1,1)$□ $F(2,0,1)$□ $G(1,1,1)$□ $H(0,0,1)$□

□□ A□□□□ AEF □□□□□□ $m=(x_1,y_1,z_1),AE=(-1,0,1),AF=(0,1,1)$□

□ $\begin{cases} m\cdot AE=-x_1+z_1=0 \\ m\cdot AF=y_1+z_1=0 \end{cases}$，□ $z_1=1$□□ $x_1=1,y_1=-1$□□ $m=(1,-1,1)$□

□□□ CGH □□□□□□ $n=(x_2,y_2,z_2),CG=(1,0,1),CH=(0,-1,1)$□

□ $\begin{cases} n\cdot CG=x_2+z_2=0 \\ n\cdot CH=-y_2+z_2=0 \end{cases}$□□ $z_2=-1$□□□ $x_2=1,y_2=-1$□□ $n=(1,-1,-1)$□

$m\cdot n=1^2+(-1)^2-1\times1=1\neq0$□□□□□□ AEF □□□ CGH □□□□□ A □□□

□□ B□ $AF=(0,1,1),CG=(1,0,1),\cos\langle AF,CG\rangle=\dfrac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$□□□ AF □ CG □□□□□ 60° □□ B □□□

□□ C□□ $ABCD$ □□□□□ $|OH|$□□□□□□ $ABCD-EFGH$ □□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□ E□F□G□H □□□

A_1D_1□ A_1B_1□ B_1C_1□ C_1D_1 □□□□

□□ $AB=2,OH=1$ □□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□ $V=2^2\times1=4$□

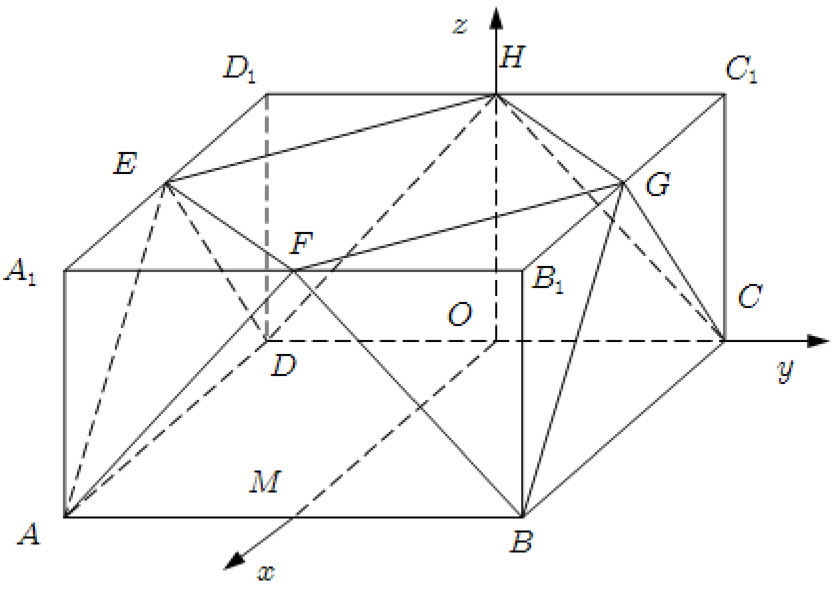
$V_{A-A_1EF}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle A_1EF}\cdot AA_1=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times1^2\times1=\dfrac{1}{6}$□□□□□□□ $ABCD-EFGH$ □□□□

$V_{ABCD-EFGH}=V-4V_{A-A_1EF}=4-4\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{10}{3}$□□ C □□□

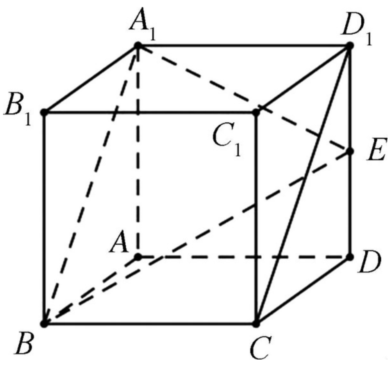
□□ D□ $\cos\langle\vec{CG},\vec{m}\rangle=\dfrac{CG\cdot m}{|CG|\cdot|m|}=\dfrac{2}{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ □□□□ CG □□□ AEF □□□□ θ □□

$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{6}}{3},\cos\theta=\sqrt{1-\sin^2\theta}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ □□□□ $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\sqrt{2}$ □□ D □□□

□□□BD



25．（2021·湖南·沅江市第一中学高三阶段练习）在棱长为 2 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是棱 DD_1 的中点，F 在侧面 CDD_1C_1 上运动，且满足 $B_1F//$平面 A_1BE. 以下命题正确的有（　　）



A. 点 F 的轨迹长度为 $\sqrt{2}$

B. 直线 B_1F 与直线 BC 所成角可能为 45°

C. 平面 A_1BE 与平面 CDD_1C_1 所成锐二面角的正切值为 $2\sqrt{2}$

D. 过点 E，F，A 的平面截正方体所得的截面面积最大为 $2\sqrt{6}$

【答案】ACD

【分析】

取 CC_1 和 C_1D_1 的中点分别为 N,M，即可证明平面 $B_1MN//$ 平面 A_1BE，从而得到点 F 在线段 MN 上，即可判断A；由 $B_1C_1//BC$，则 $\angle C_1B_1F$

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□B□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□C□□ F □ C_1E □ MN □□□□□□

E,F,A □□□D□

□□□□

□□□□A□□ CC_1 □ C_1D_1 □□□□□□ N,M □□□ B_1M,B_1N,MN □□

$MN//CD_1//BA_1, B_1N//AE, B_1N\cap MN=N, BA_1\cap AE=A$ □ $B_1N,MN\subset$ □□ B_1MN □ $BA_1,AE\subset$ □□ A_1BE □□□□□

$B_1MN//$ □□ A_1BE □□□ F □□□ CDD_1C_1 □□□□□□□ $B_1F//$ □□ A_1BE □□□□ F □□□ MN □□□□ F □□□□□□□□□

$MN=\frac{1}{2}CD_1=\sqrt{2}$ □□□□A□□□

□□ B □□□ $B_1C_1//BC$ □□□ B_1F □□□ B_1C_1 □□□□□ B_1F □□□ BC □□□□□ $\angle C_1B_1F$ □□□□□□□□□□□□ $Rt\triangle C_1B_1F$ □□

$\tan\angle C_1B_1F=\frac{C_1F}{C_1B_1}$ □□□□□□□□□□□2□□ $Rt\triangle C_1B_1F$ □□ $\tan\angle C_1B_1F=\frac{C_1F}{C_1B_1}=C_1F$ □□□□□□□45□□ $C_1F=2$ □□ C_1F

□□□ $C_1M=C_1N=1$ □□□□□□□□□□□□□45□□□□ B □□□□

□□ C □□□□ $B_1MN//$ □ A_1BE □□□□□ A_1BE □□□ CDD_1C_1 □□□□□□

□□□□ B_1MN □□□ CDD_1C_1 □□□□□□□□□□□ $B_1MN\cap CDD_1C_1=MN, B_1M=B_1N=\sqrt{5}, C_1M=C_1N=1$ □□ F □□□ MN

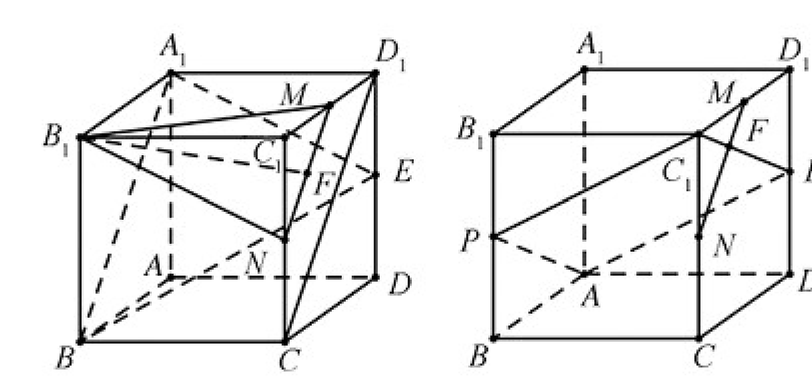
□□□□□□ $B_1F\perp MN, C_1F\perp MN$ □□□ $\angle B_1FC_1$ □□□□□□□□□□□□ $C_1F=\frac{1}{2}MN=\frac{\sqrt{2}}{2}, B_1C_1=2$ □

□□ $\tan\angle B_1FC_1=\frac{B_1C_1}{C_1F}=\frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=2\sqrt{2}$ □□□□ C □□□

□□ D □□ F □ C_1E □ MN □□□□□□ E,F,A □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ BB_1 □□□ P □ $C_1E//AP, C_1E=AP$ □□□□

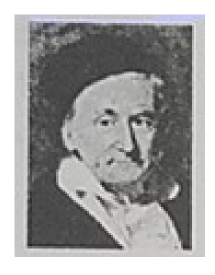
APC_1E□□□□ $AC_1=2\sqrt{3}, PE=2\sqrt{2}$ □□□□□ $\frac{1}{2}AC_1\cdot PE=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=2\sqrt{6}$ □□□ D □□□

□□□ACD□



26□□2021·□□·□□“□□□□”□□□“□□□□”□□□ $x\in\mathbf{R}$ □□ $[x]$ □□□□□ x □□□□□□ $y=[x]$ □□□□□□□□□ $[-2.1]=-3$ □ $[2.1]=2$.□□□□

$f(x)=\sin|x|+|\sin x|$ □□□ $g(x)=[f(x)]$ □□□　　□



A□□□ $g(x)$ □□□□ $\{0,1,2\}$　　　　B□□□ $g(x)$ □□□□□

C□□□ $g(x)$ □□□□□ $x=\frac{\pi}{2}$ □□　　　　D□□□ $\frac{\pi}{2}\cdot g(x)=x$ □□□□□□□

□□□□AD

□□□□

□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ $g(x)$ □□□□□□□ABC □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{\pi}{2}\cdot g(x)=x$ □□□□□□□.

□□□□

□□□□□ $f(x)=\sin|x|+|\sin x|$ □□□□□ R,

$f(-x)=\sin|-x|+|\sin(-x)|=\sin|x|+|\sin x|=f(x)$ □

□□□□ $f(x)$ □□□□□

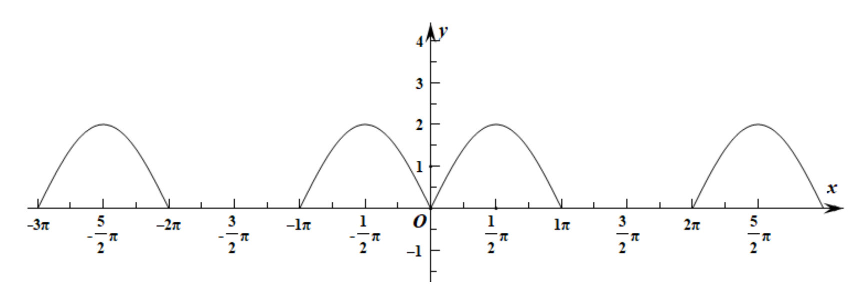
□ $0 \le x \le \pi$ □□ $f(x)=\sin x+\sin x=2\sin x$ □

□ $\pi < x < 2\pi$ □□ $f(x)=\sin x-\sin x=0$ □

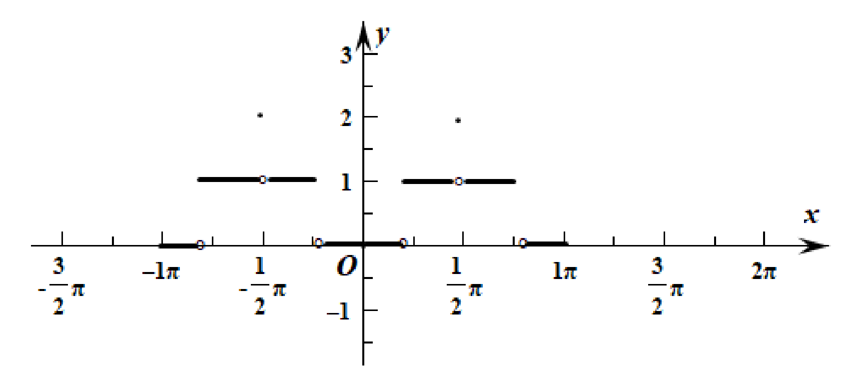
□ $2\pi \le x \le 3\pi$ □□ $f(x)=\sin x+\sin x=2\sin x$ □

……

□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□



□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□



□□□□ $g(x)$ □□□□ $\{0,1,2\}$ □□□□ A □□□

□□□ $g(x)$ □□□□□ $g(x)$ □□□□□□□

$g(x+\pi)=[f(x+\pi)]=$

□□□ B □□□□

□□□ $g(x)$ □□□□□□□ $g(x)$ □□□□□□ $x=\frac{\pi}{2}$ □□□□□□ C □□□□

□□□□ $\frac{\pi}{2}\cdot g(x)=x$□

□ $g(x)=0$ □□ $x=0$ □□□□□□□□□□□

□ $g(x)=1$□□ $x=\frac{\pi}{2}$□□□ $g(\frac{\pi}{2})=2\neq1$□□□□□□□□□□□□

□ $g(x)=2$ □□ $x=\pi$ □□□ $g(\pi)=0\neq2$ □□□□□□□□□□□□

□□□ $\frac{\pi}{2}\cdot g(x)=x$□□□□□□□□□□□□ D □□.

□□□AD

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

27□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□“□□”□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□“□□□□”.□□1□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□□□□□□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $A'B'C'$ □□□□□□□□□□□□ ABC.□□□2.□□□□□□□□□□□（　　）

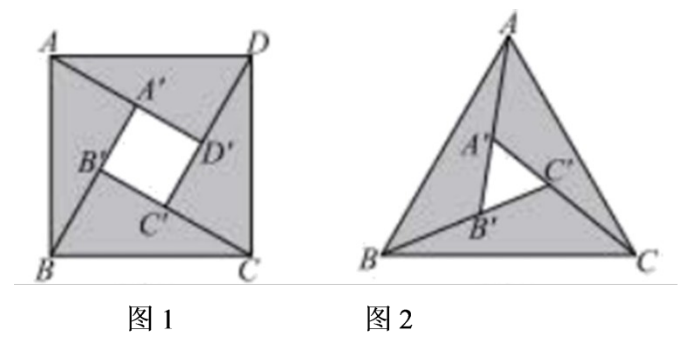


图 1　　　　　　图 2

A□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

B□□ $BB'=3$□ $\sin\angle ABB'=\frac{5\sqrt{3}}{14}$ □□ $A'B'=2$

C□□ $AB=2A'B'$□□ $AB=\sqrt{5}BB'$

D□□ A' □ AB □□□□□□□□ ABC□□□□□□□ $A'B'C'$ □□□7□

□□□ABD

□□□□

□□ A □□□□□□□ $AA'=BB'$ □ $AB'>BB'$ □□□□□□□ B □□□□□□□ $\triangle ABB'$ □□ $BB=3$ □ $\sin\angle ABB=\frac{5\sqrt{3}}{14}$ □

$\angle AB'B=120$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ C □□□□□ $AB=2A'B'=2, AA'=x$ □□□□□□□□ $AA'=x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ □□□

$AB=\frac{\sqrt{5}+1}{2}, BB=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ □□□□□□□□□□□□□ D □□□□□ $S_{\triangle ABB'}=2S_{\triangle A'B'C}$ □□□

$S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle ABB'}+S_{\triangle A'B'C'}=7S_{\triangle A'B'C'}$.

□□□□

□□□ A □□□□□□□□□ 2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ ABC □□□□□□□□□□□ ABC □□ $AA'=BB'$ □ $AB'>BB'$ □

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ A □□□□□

□□ B □□□□□□□□ $\triangle ABB'$ □□ $BB=3$ □ $\sin\angle ABB=\frac{5\sqrt{3}}{14}$ □ $\angle AB'B=120$ □□□

$\sin\angle BAB'=\sin(60^\circ-\angle ABB')=\frac{3\sqrt{3}}{14}$ □□□□□□□□□ $\frac{BB'}{\sin\angle BAB}=\frac{AB'}{\sin\angle ABB'}$ □□ $AB'=5$ □□□ $BB=AA'=3$ □□□

$A'B=2$ □□ B □□□□□

□□ C □□□□□□ $AB=2A'B'=2, AA'=x$ □□□□ $\triangle AB'B$ □□□□□□□□ $|AB|^2=|AB'|^2+|BB'|^2-2|AB'||BB'|\cos\angle AB'B$ □

□□□□□ $AA'=x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ □□□ $AB=AA'+A'B=1+\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}, BB=AA'=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ □□□ $\frac{AB}{BB}=\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ □□ C □

□□□□

□□ D □□□□ A' □ AB □□□□□ $S_{\triangle ABB'}=\frac{1}{2}BB'\cdot AB'\sin120^\circ=B'C\cdot A'B\sin60^\circ=2S_{\triangle A'B'C}$ □□□

$S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle ABB'}+S_{\triangle A'B'C'}=7S_{\triangle A'B'C'}$ □□ D □□□□.

□□□ABD

28□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{x^2+ax}{2}+\ln x$.□□ $f'(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□.□ a □□□□□□　□

A□ -6　　B□ -5　　C□ -4　　D□ -3

□□□□AB

□□□□

□□□□ $f'(x)=x+\frac{a}{2}+\frac{1}{x}$ □□□□□□□□□□□ $f'(x)=x+\frac{a}{2}+\frac{1}{x}\geq\frac{a}{2}+2$ □□□□□□ $f'(x_1)f'(x_2)=-1$ □□□□□.

□□□□

∵□□ $f(x)=\frac{x^2+ax}{2}+\ln x$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

∴ $f'(x)=x+\frac{a}{2}+\frac{1}{x}$ □

∴ $f'(x)=x+\frac{a}{2}+\frac{1}{x}\geq\frac{a}{2}+2$ □□□□□ $x=\frac{1}{x}$ □□□□□□

□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\exists x_1,x_2\in(0,+\infty)$ □ $f'(x_1)f'(x_2)=-1$ □

□□ $f'(x)=x+\frac{a}{2}+\frac{1}{x}$ □□□□□□□□□□

□ $a=-3$ □□ $f'(x)=x+\frac{a}{2}+\frac{1}{x}\geq\frac{1}{2}$ □□□□□□

□ $a=-4$ □□ $f'(x)=x+\frac{a}{2}+\frac{1}{x}\geq 0$ □□□□□□

□ $a=-5$ □□ $f'(x)=x+\frac{1}{x}-\frac{5}{2}$ □□ $\exists x_1,x_2\in(0,+\infty)$ □ $f'(x_1)f'(x_2)=-1$ □□□ $\exists x_1,x_2\in(0,+\infty)$ □

$$f'(x_1)=x_1+\frac{1}{x_1}-\frac{5}{2}=-\frac{1}{4},\ f'(x_2)=x_2+\frac{1}{x_2}-\frac{5}{2}=4$$

□□ a □□□□□ -5 □

□ $a=-6$ □□ $f'(x)=x+\frac{1}{x}-3$ □□ $\exists x_1,x_2\in(0,+\infty)$ □ $f'(x_1)f'(x_2)=-1$ □□□ $\exists x_1,x_2\in(0,+\infty)$ □

$$f'(x_1)=x_1+\frac{1}{x_1}-3=-\frac{1}{4},\ f'(x_2)=x_2+\frac{1}{x_2}-3=4$$

□□ a □□□□□ -6.

□□ a □□□□□ -5 □ -6.

□□□AB.

29□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+cx+d$ □ $c,d\in\mathbf{R}$ □□□□□□□□□ □

A□□□ c □ d □□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□

B□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□ $c\geq\frac{1}{4}$

C□□ x_1 □ x_2 □□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $x_1^4+x_2^4>\frac{1}{8}$

D□□ $c=d=-2$ □□□□ $P(3,0)$ □□□ $y=f(x)$ □□□□□□ 2 □

□□□□BC

□□□□

□ A□□□□□□□□□□□□ B□□□ $f'(x)=x^2+x+c$ □□□ $f(x)$ □□□□□□ $\Delta=1-4c\leq 0$ □□□ c □□□□□□□□□□□□□□□□ $\Delta>0$ □

□□□□□□□□□□□□□ $x_1^4+x_2^4$ □□□□ D□□□□ $-1,2$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□ c □ d □□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(-x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-cx+d$ □□ $f(x)+f(-x)=x^2+2d$ □□□□□□ x □

□□□□ $f(x)+f(-x)=0$ □□□□□□□□□□A □□

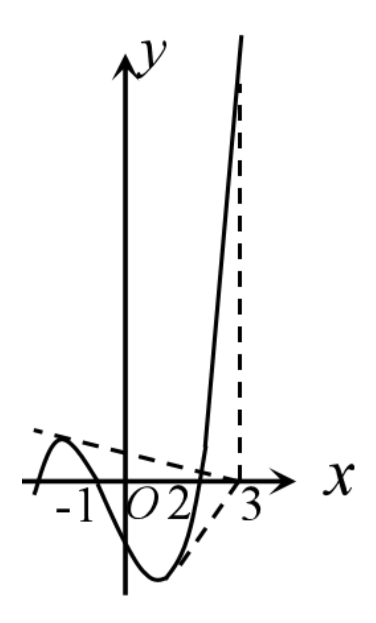
□ $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+cx+d$ □ $f'(x)=x^2+x+c$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ $\Delta=1-4c\leq 0$ □□□ $c\geq\frac{1}{4}$ □□ B □□□

□□□□□□□□□□□□□ $\Delta>0$ □□ $c<\frac{1}{4}$ □□□ $\begin{cases}x_1+x_2=-1\\x_1x_2=c\end{cases}$ □ $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=1-2c$ □

$x_1^4+x_2^4=(x_1^2+x_2^2)^2-2x_1^2\cdot x_2^2=(1-2c)^2-2c^2=2c^2-4c+1=2(c-1)^2-1$ □□□ $c<\frac{1}{4}$ □□□

$2(c-1)^2-1>2\left(\frac{1}{4}-1\right)^2-1=\frac{1}{8}$ □□ $x_1^4+x_2^4>\frac{1}{8}$ □C □□□

□ $c=d=-2$ □□ $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x-2$ □ $f'(x)=x^2+x-2$ □□□□□□□□□□□□□□□□□



□□□□□□□□□□□□□□□□D □□.

□□□BC

30．□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□2□ M □□ CC_1 □□□□□ $AM\perp$ □□ α □□□□□□□□□□

□

A□□ N □ DD_1 □□□□ $AM+MN$ □□□□ $\frac{CM}{CC_1}=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

B□□□ M □□ C_1 □□□□□□□ α □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

C□□□ AB □□□ α □□□□□□□□□□□□□□ $\left[\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

D□□□ M □ CC_1 □□□□□□ α □□ B □□□□ α □□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{9}{2}$

□□□□AD

□□□□

□□□□□□□A □ M □ N □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□A □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□B □□□□□□□□□□□□□□□□□□

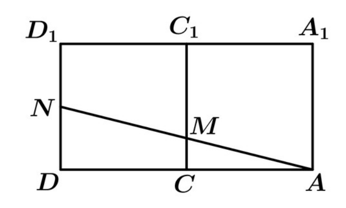
□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□C □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ E □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□D□□.

□□□□

□□A□□□□ □□□ CC_1D_1D □□□□□□□□□□□□□

ACC_1A_1



□ $AM+MN$ □□□□A □ M □ N □□□□□

□□ $CC_1\parallel DD_1$ □□□ $\frac{MC}{DN}=\frac{AC}{AD}=\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+2}=2-\sqrt{2}$ □

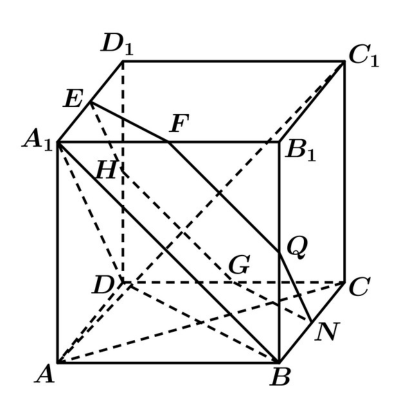
□□ $MC=(2-\sqrt{2})DN=\frac{2-\sqrt{2}}{2}CC_1$ □

□ $\frac{MC}{CC_1}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ □

□□□A□□□

□□B□□□ M □□ C_1 □□□□

□□ A_1D □ BD □ A_1B □ AC □ AC_1 □□□□□□



□□□□ $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ □□ $CC_1\perp$ □□ $ABCD$ □

$BD\subset$ □□ $ABCD$ □□□ $BD\perp CC_1$ □

□□□ $BD\perp AC$ □□ $AC\cap CC_1=C$ □

□□ $BD\perp$ □□ ACC_1 □

□ $AC_1\subset$ □□ ACC_1 □□□ $BD\perp AC_1$ □

□□□□ $A_1D\perp AC_1$ □

□□ $A_1D\cap BD=D$ □

□□ $AC_1\perp$ □□ A_1BD.

□□ $\triangle A_1BD$ □□□□ $2\sqrt{2}$ □□□□□□□

□□□□ $S_{\triangle A_1BD}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{2})^2=2\sqrt{3}$ □

□□□ $2\sqrt{2}\times3=6\sqrt{2}$ □

□ E,F,Q,N,G,H □□□ $A_1D_1,A_1B_1,BB_1,BC,CD,DD_1$ □□□□

□□□□□ $EFQNGH$ □□□□ $\sqrt{2}$ □□□□□□

□□□ $EFQNGH\parallel$ □□ A_1BD □

□□□□ $EFQNGH$ □□□□ $6\sqrt{2}$ □

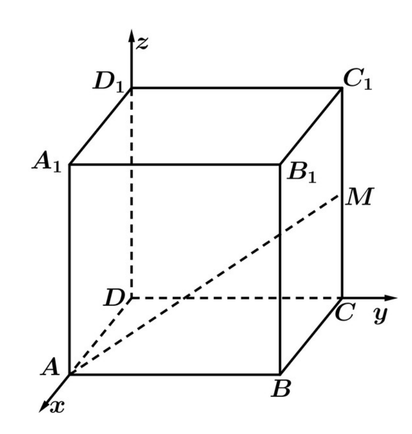
□□□ $6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{2})^2=3\sqrt{3}$ □

□ $\triangle A_1BD$ □□□□□□□□□ $EFQNGH$ □□□□

□□□□□□□□

□□□ B □□□

□□ C□□□ D □□□□ DA □ DC □ DD_1 □□□□□□ x □ y □ z □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□



□ $A(2,0,0)$ □ $B(2,2,0)$ □□ $M(0,2,a)\ (0\le a\le 2)$ □

□□ $AM\perp$ □□ α □□□ AM □□□ α □□□□□□□

□ $AM=(-2,2,a)$ □ $AB=(0,2,0)$ □

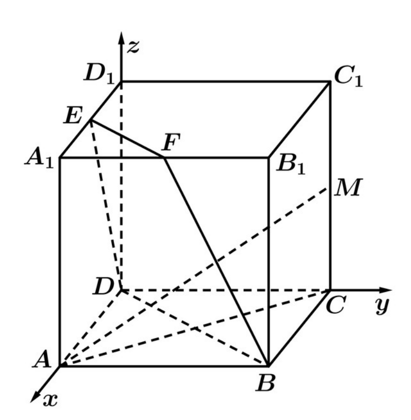
$$\left|\cos\langle AM,AB\rangle\right|=\frac{4}{2\sqrt{a^2+8}}=\frac{2}{\sqrt{a^2+8}}\in\left[\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$ □

□□□□ AB □□□ α □□□□□□□□□□□□□□ $\left[\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

□□□ AB □□□ α □□□□□□□□□□□□□□ $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{6}}{3}\right]$.

□□□ C □□□

□□ D□□□ D □□□□ DA □ DC □ DD_1 □□□□□□ x □ y □ z □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□



□□ AC □ BD □□□□ α □□ A_1D_1 □□ $E(b,0,2)$ □ $M(0,2,1)$ □

□□ $\overrightarrow{AM}=(-2,2,1)$ □□□ $AM\perp$ □□ α □ $DE\subset$ □□ α □

□□ $AM\perp DE$ □□

$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{DE}=-2b+2=0$ □□ $b=1$ □

□□ $E(1,0,2)$ □□□ E □ A_1D_1 □□□□

□□□ F □ A_1B_1 □□□□□ $EF\parallel BD$ □ $EF\neq BD$ □

□□□□□ $EFBD$ □□□□□ $BD=2\sqrt{2}$ □ $EF=\sqrt{2}$ □

□ $\vec{\alpha}=\overrightarrow{DE}=(1,0,2)$ □ $\vec{\mu}=\frac{\overrightarrow{DB}}{|\overrightarrow{DB}|}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$ □

□ $\vec{\alpha}^2=5$ □ $\vec{\alpha}\cdot\vec{\mu}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □

□□□□ $EFBD$ □□□□□ E □□□ BD □□□

□ $\sqrt{\vec{\alpha}^2-(\vec{\alpha}\cdot\vec{\mu})^2}=\sqrt{5-\frac{1}{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ □

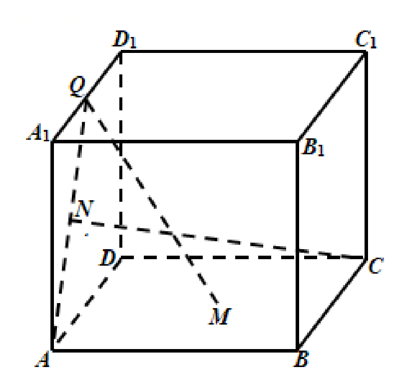
□□□□ $EFBD$ □□□□ $S=\frac{1}{2}\times(\sqrt{2}+2\sqrt{2})\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{9}{2}$ □

□□□ D □□.

□□□AD.

31□□2021·□□□□·□□□□□□□□□1 □□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□ M □□□ $ABCD$ □□□□ $D_1Q=\lambda D_1A_1,\lambda\in(0,1)$ □ N □□

□ AQ □□□□□ □



A□ CN □ QM □□

B□□□□ $A-DMN$ □□□□ λ □□□□□

C□ $\lambda=\frac{1}{3}$ □□□ A □ Q □ M □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{4\sqrt{2}+2\sqrt{13}}{3}$

D□ $\lambda=\frac{1}{4}$ □ □ $AM\perp QM$

□□□□ABC

□□□□

□ M,N □ AC,AQ □□□□□□□ $MN//CQ$ □□□□ A □□□□ N □□□ $ABCD$ □□□□□□ $\frac{1}{2}$ □□ ΔADM □□□□□□ $\frac{1}{4}$ □□□

$V_{A-DMN}=V_{N-ADM}$ □□□□□ B □□□□ $\lambda=\frac{1}{3}$ □□□□ A,Q,M □□□□□□□□□□ $ACEQ$ □□□□□□□□□ C □□□□ $\lambda=\frac{1}{4}$ □□□□

$AM^2+AQ^2>QM^2$ □□□□ D □□□□

□□□□

□ $\triangle ACQ$ □□□□ M,N □ AC,AQ □□□□□□ $MN//CQ$ □

□□ CN □ QM □□□□□ A □□□

□ $V_{A-DMN}=V_{N-ADM}$ □□□ N □□□ $ABCD$ □□□□□□ $\frac{1}{2}$ □□ ΔADM □□□□□□ $\frac{1}{4}$ □

所以三棱锥 $A-DMN$ 的体积跟 λ 的取值无关，所以 B 正确；

当 $\lambda=\frac{1}{3}$ 时，过 A,Q,M 三点的正方体的截面 $ACEQ$ 是等腰梯形，

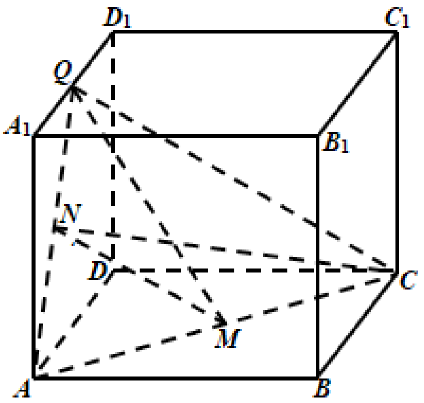
所以平面截正方体所得截面的周长为 $l=\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}+2\times\sqrt{1+\frac{4}{9}}=\frac{4\sqrt{2}+2\sqrt{13}}{3}$，

所以 C 正确；

当 $\lambda=\frac{1}{4}$ 时，可得 $AM^2=\frac{1}{2}$，$AQ^2=1+\frac{9}{16}=\frac{25}{16}$，$QM^2=(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{4})^2=\frac{21}{16}$，

则 $AM^2+AQ^2>QM^2$，所以 $AM\perp QM$ 不成，所以 D 不正确.

故选：ABC



32.（2021·广东·高三阶段练习）已知点 P 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面上运动，点 Q 是 CD 的中点，点 P 满足 $PQ\perp AC_1$，

下列结论正确的是（　）

A．点 P 的轨迹的周长为 $3\sqrt{2}$

B．点 P 的轨迹的周长为 $6\sqrt{2}$

C．三棱锥 $P-BCQ$ 的体积的最大值为 $\frac{4}{3}$

D．三棱锥 $P-BCQ$ 的体积的最大值为 $\frac{2}{3}$

【答案】BD

【分析】

取 $BC, BB_1, A_1B_1, A_1D_1, DD_1$ 的中点 E, F, G, H, M，连接 QE, EF, FG, GH, HM, MQ，利用线面垂直的判定定理，证得 $AC_1\perp$ 平面

$EFGHMQ$□□□ B □□□□□□□□□□□□□□□□□□ D □□□

□□□□

□ BC □□□□ E □□ BB_1 □□□□ F □□ A_1B_1 □□□□ G □□ A_1D_1 □□□□ H □

□ DD_1 □□□□ M □□□□□ QE, EF, FG, GH, HM, MQ □

□ $AC_1 \perp QE, AC_1 \perp EF$ □□ $QE \cap EF = E$ □□□ $AC_1 \perp$ □□ $EFGHMQ$ □

□□□□□ P □□□□□□□□ $EFGHMQ$ □□□ $|QE|=|EF|=\sqrt{2}$ □

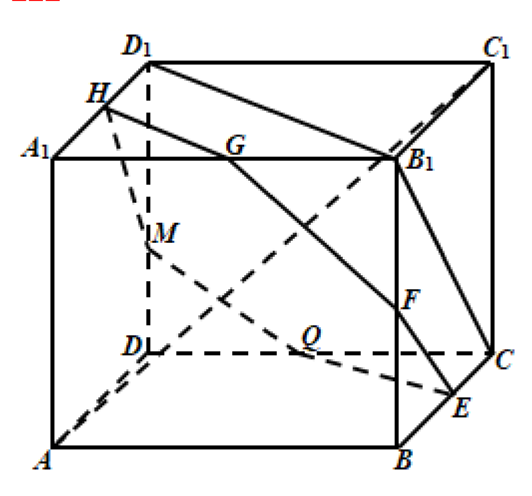
□□□ P □□□□□□□ $6\sqrt{2}$ □□□ A □□□□B □□□

□□ P □□□ HG □□□□□□□□ P □□□ BCQ □□□□□□□□□

□□ V_{P-BCQ} □□□□□□□□□ $V_{\max} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 1 \times 2 = \frac{2}{3}$ □

□□ C □□□□D □□□

□□□BD



33□□2021·□□·□□ $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$ □□□□□□□□□□□□□

□

A□ $f(x)$ □ $[0, 2\pi)$ □□ 5 □□□

B□ $f(x)$ □□□□□ 3

C．$(2\pi,0)$ □ $f(x)$ □□□□□□

D．□□ $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ □□ $f(x)$ □□□□

【□□】ABD

【□□】

□□.

【□□】

□□ A□□ $f(x)=2\sin x+\sin 2x=2\sin x(1+\cos x)$ □

□ $f(x)=0$ □□ $\sin x=0$ □ $\cos x=-1$ □□□ $f(x)$ □ $[0,2\pi)$ □□ 2 □□□A □□□

□□ B□□□ $2\sin x\le 2,\sin 2x\le 1$ □□□□□□□□□□□□□□ $f(x)<3$ □B □□□

□□ C□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ 2π □□ $(2\pi,0)$ □ $f(x)$ □□□□□□□□

□□ D□ $f'(x)=2\cos x+2\cos 2x=2(2\cos x-1)(\cos x+1)$ □□□ $\cos x+1\ge 0$ □□□ $2\cos x-1>0$ □□

□□ $x\in\left(2k\pi-\frac{\pi}{3},2k\pi+\frac{\pi}{3}\right)$ □ $k\in Z$ □□□ $f(x)$ □□□□□

$x\in\left(2k\pi+\frac{\pi}{3},2k\pi+\frac{5\pi}{3}\right)$ □ $k\in Z$ □□□ $f(x)$ □□□□□□ D □□□

□□□ABD

34．□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}e^x, x\ge 0\\ -x^2-4x, x<0\end{cases}$ □□□ $f^2(x)-t\cdot f(x)=0$ □□□□□□ x_1,x_2,x_3,x_4 □□□□

$x_1<x_2<x_3<x_4$ □□□□□□□□□□　□

A．$x_1x_4\in(-6\ln 2,0]$

B．$x_1+x_2+x_3+x_4$ □□□□□□ $[-8,-8+2\ln 2)$

C□t□□□□□ $[1,4)$

D□ x_2x_3 □□□□□4

□□□□BC

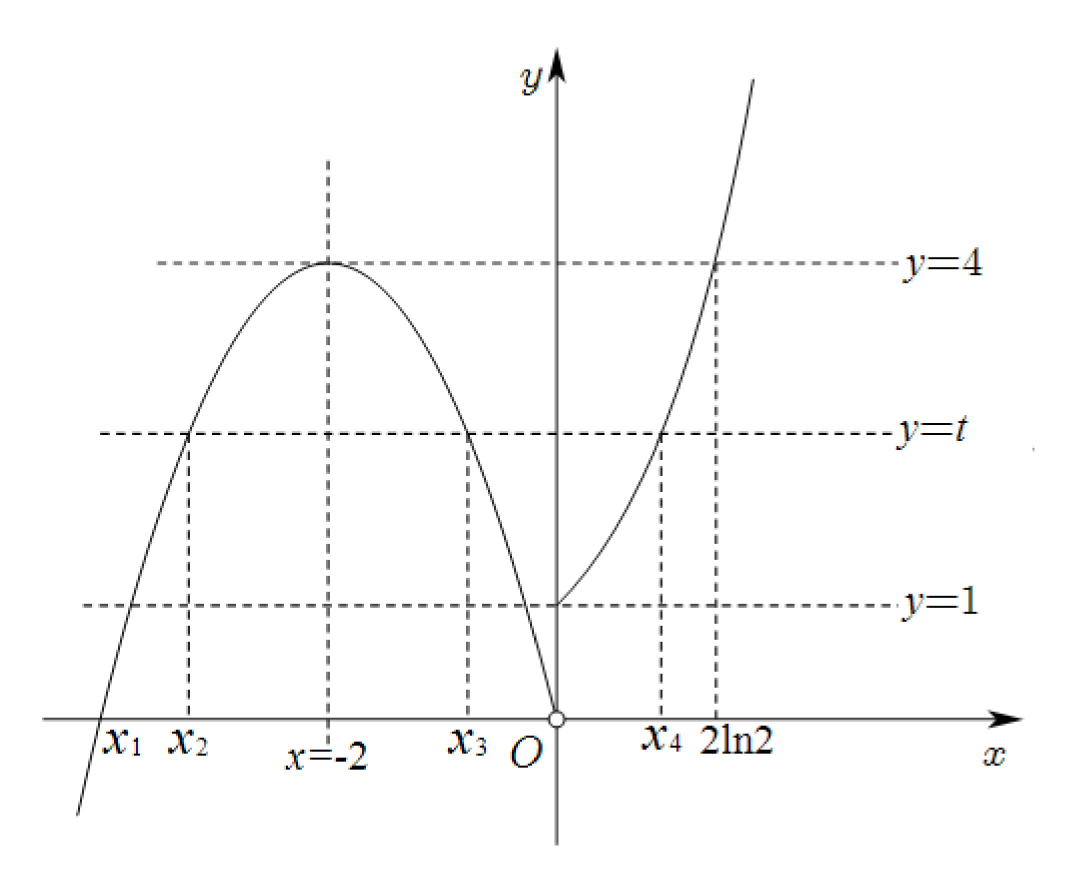
□□□□

$f^2(x)-t\cdot f(x)=0\Rightarrow f(x)[f(x)-t]=0\Rightarrow f(x)=0$ □ $f(x)=t$ □□□□□ $f(x)$□□□□□□□□□□□.

□□□□

$f^2(x)-t\cdot f(x)=0\Rightarrow f(x)[f(x)-t]=0\Rightarrow f(x)=0$ □ $f(x)=t$ □

□□ $y=f(x)$ □□□□



□ $f(x)=0$ □□ $x_1=-4$ □□□□□□□

□ $t=1$ □□□□□□□□□∴□□□□□□□□□□□□

□ $t=4$ □□ $f(x)=t$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=e^x$ □□□□□□ $(2\ln2,4)$.

□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=t$ □□□□□□□□□□ y□$f(x)$□ y□t □□□□□□□□□ $t\in[1,4)$ □ $x_1\in[0,2\ln2)$ □□□

$x_4x_1\in(-8\ln2,0]$ □□A □□□C □□□

□□□ $x_2+x_3=-4$ □□□ $x_1+x_2+x_3+x_4=-8+x_4$ □□□□□□ $[-8,-8+2\ln2)$ □□B □□□

□□ $x_2+x_3=-4, x_2<x_3<0$ □□□ $x_2x_3=(-x_2)\cdot(-x_3)<\left[\frac{-(x_2+x_3)}{2}\right]^2=4$ □□D □□□

□□□BC.

35．（2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□）□□ $f(x)=\ln x-ax$ □□□□ $f(x)$ □□□□□ x_1,x_2 □□□□□□□□□□□□（　）

A□ $x_1\ln x_2=x_2\ln x_1$　　　　B□ $x_1+x_2<e^2$

C□ $x_1x_2>e^2$　　　　D□ $\frac{1}{\ln x_1}+\frac{1}{\ln x_2}>2$

□□□□ACD

□□□□

□□□□□ $\begin{cases}\ln x_1=ax_1\\ \ln x_2=ax_2\end{cases}$ □□□□□□□□□□□A □□□□□□□ $a=\frac{2}{e^2}$ □□□B □□□□□□□□□□□□□□□□□CD □□□□□□□□□□□□□□CD □□□

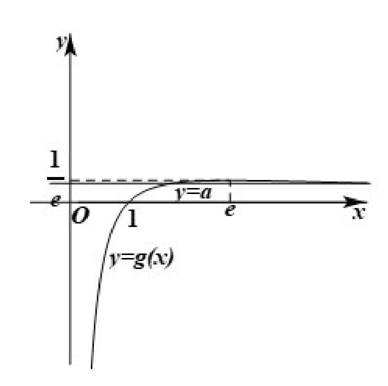
□□.

□□□□

□□□ $f(x)=0$ □□ $a=\frac{\ln x}{x}$ □□□□□□ $y=a$ □□□ $g(x)=\frac{\ln x}{x}$ □$(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□□ $g'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$ □

□ $0<x<e$ □□ $g'(x)>0$ □□□□□□ $g(x)$ □□□□□

□ $x>e$ □□ $g'(x)<0$ □□□□□□ $g(x)$ □□□□□□ $g(x)_{\max}=g(e)=\frac{1}{e}$ □□□ $x>1$ □□ $g(x)>0$ □□□□□□□



□$0<a<\frac{1}{e}$□□□□$y=a$□□□$g(x)=\frac{\ln x}{x}$□$(0,+\infty)$□□□□□□□□□.

□□A□□□□□□□□$\begin{cases}\ln x_1=ax_1\\ \ln x_2=ax_2\end{cases}$□□□$a$□□$x_2\ln x_1=x_1\ln x_2$□□A□□□

□□B□□□□$x_2>x_1$□□$x_2=e^2$□□$a=\frac{2}{e^2}\in\left(0,\frac{1}{e}\right)$□□□□$1<x_1<e$□□$x_1+x_2>e^2$□□B□□

□□C□□□□$x_2=tx_1(t>1)$□□□$\ln x_1=ax_1$□□$\ln x_2=\ln(tx_1)=\ln t+\ln x_1=atx_1$□

□□□$\ln x_1=\frac{\ln t}{t-1}$□$\ln x_2=\ln t+\ln x_1=\frac{t\ln t}{t-1}$□

□$x_1x_2>e^2\Leftrightarrow \ln x_1x_2=\ln x_1+\ln x_2=\frac{(t+1)\ln t}{t-1}>2\Leftrightarrow \ln t>\frac{2(t-1)}{t+1}$□

□□□□$h(t)=\ln t-\frac{2(t-1)}{t+1}$□□□$t>1$□□$h'(t)=\frac{1}{t}-\frac{4}{(t+1)^2}=\frac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$□

□□□□□$h(t)$□$(1,+\infty)$□□□□□□□$h(t)>h(1)=0$□□C□□□

□□D□□□$\frac{1}{\ln x_1}+\frac{1}{\ln x_2}=\frac{t-1}{\ln t}+\frac{t-1}{t\ln t}=\frac{t^2-1}{t\ln t}>2\Leftrightarrow 2\ln t<t-\frac{1}{t}(t>1)$□

□□□□$\varphi(t)=2\ln t-\left(t-\frac{1}{t}\right)$□□□$t>1$□□$\varphi'(t)=\frac{2}{t}-1-\frac{1}{t^2}=-\frac{(t-1)^2}{t}<0$□

□□□□□$\varphi(t)$□$(1,+\infty)$□□□□□□□$\varphi(t)<\varphi(1)=0$□□D□□.

□□□ACD.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□1□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)>g(x)$ □□ $f(x)<g(x)$ □□□□□□ $f(x)-g(x)>0$ □□ $f(x)-g(x)<0$ □□□□□□□□□□□

$h(x)=f(x)-g(x)$ □

□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□3□□□“□□”□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

36□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□ $AB=AD=1$ □ $AA_1=2$ □ P □□□ BC_1 □□□□□□□□□□□□□□□

□□　□

A□ $A_1P//$ □□ AD_1C

B□ A_1P □□□ BCC_1B_1 □□□□□□□□□□□□□ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C□ A_1P+PC □□□□□ $\frac{\sqrt{170}}{5}$

D□□ A □□□□ $\sqrt{2}$ □□□□□□□□□□ DCC_1D_1 □□□□□ $\frac{\pi}{2}$

□□□□ACD

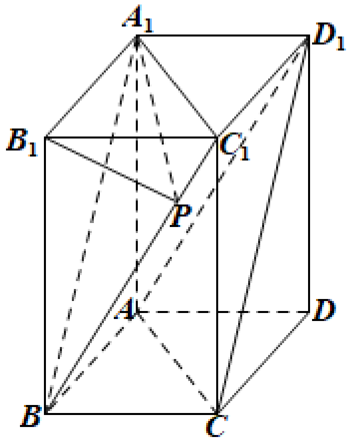
□□□□

□□□□□ $A_1BC_1//$ □□ AD_1C □□□□□□□□□□□□□□□A□□□□□□□□ PB_1 □□□□□□□□□□□□□□□□□□B□□□□□□□ $\triangle A_1C_1B$ □

BC_1 □□□ $\triangle BCC_1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□C□□□□□□□ M □□ A □□□□ $\sqrt{2}$ □□□□□□□□□ DCC_1D_1 □□□□□□□□□□ DM □

□□□□□□ M □□□□□□□D□□□□□.

□□□□



对于A，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$BC//AD$ 且 $BC=AD$，$AD//A_1D_1$ 且 $AD=A_1D_1$，

$\therefore BC//A_1D_1$ 且 $BC=A_1D_1$，所以，四边形 A_1BCD_1 为平行四边形，则 $A_1B//CD_1$，

∵ $A_1B\not\subset$ 平面 AD_1C，$CD_1\subset$ 平面 AD_1C，$\therefore A_1B//$ 平面 AD_1C，同理可证 $A_1C_1//$ 平面 AD_1C，

∵ $A_1B\cap A_1C_1=A_1$，所以，平面 $A_1BC_1//$ 平面 AD_1C，

∵ $A_1P\subset$ 平面 A_1BC_1，所以，$A_1P//$ 平面 AD_1C，A 选项正确；

对于B，∵ $A_1B_1\perp$ 平面 BCC_1B_1，所以，A_1P 与平面 BCC_1B_1 所成角为 $\angle A_1PB_1$，

$\tan\angle A_1PB_1=\frac{A_1B_1}{PB_1}$，所以，当 $B_1P\perp BC_1$ 时，A_1P 与平面 BCC_1B_1 所成角的正切值的最大，

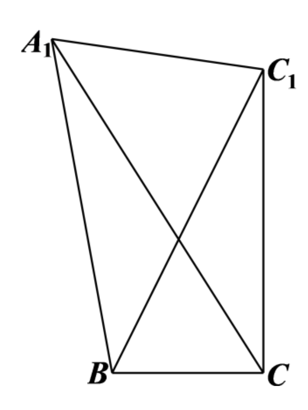
由勾股定理可得 $BC_1=\sqrt{BC^2+CC_1^2}=\sqrt{5}$，

由等面积法可得 $PB_1=\frac{B_1C_1\cdot BB_1}{BC_1}=\frac{1\times 2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

所以，$\tan\angle A_1PB_1$ 的最大值为 $\frac{1}{\frac{2\sqrt{5}}{5}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，B 选项错误；

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

□□ C□□ $\triangle A_1C_1B$ □ BC_1 □□□ $\triangle BCC_1$ □□□□□□□□□□□□□



□ $Rt\triangle BCC_1$ □□ $\angle BCC_1$ □□□□ $\cos\angle BC_1C=\frac{CC_1}{BC_1}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ □ $\sin\angle BC_1C=\frac{BC}{BC_1}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ □

□ $\vee A_1BC_1$ □□ $A_1B=BC_1=\sqrt{5}$ □ $A_1C_1=\sqrt{2}$ □

□□□□□□□□ $\cos\angle A_1C_1B=\frac{A_1C_1^2+BC_1^2-A_1B^2}{2A_1C_1\cdot BC_1}=\frac{\sqrt{10}}{10}$ □□ $\angle A_1C_1B$ □□□□

□□ $\sin\angle A_1C_1B=\sqrt{1-\cos^2\angle A_1C_1B}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$ □

$$\cos\angle A_1C_1C=\cos(\angle A_1C_1B+\angle BC_1C)=\cos\angle A_1C_1B\cos\angle BC_1C-\sin\angle A_1C_1B\sin\angle BC_1C$$

$$=\frac{\sqrt{10}}{10}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}-\frac{3\sqrt{10}}{10}\times\frac{\sqrt{5}}{5}=-\frac{\sqrt{2}}{10}$$ □

□□□□□□□□ $A_1C^2=A_1C_1^2+CC_1^2-2A_1C_1\cdot CC_1\cos\angle A_1C_1C=\frac{34}{5}$ □□□ $A_1C=\frac{\sqrt{170}}{5}$ □

□□□ A_1P+PC □□□□□□ $\frac{\sqrt{170}}{5}$ □C □□□□□

□□ D□□ M □□ A □□□□ $\sqrt{2}$ □□□□□□□□□□ DCC_1D_1 □□□□□□□□□

□□ $AD\perp$ □□ DCC_1D_1 □ $DM\subset$ □□ DCC_1D_1 □ $\therefore AD\perp DM$ □

$\therefore DM=\sqrt{2-AD^2}=1$，

所以交线为以D为圆心，1为半径的四分之一圆周，所以交线长是$\frac{\pi}{2}$，D 选项正确.

故选：ACD.

【点睛】

方法点睛：求直线与平面所成角的方法：

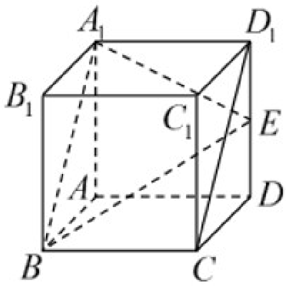
（1）定义法，①作，在直线上选取恰当的点向平面引垂线，确定垂足的位置是关键；

② 证，证明所作的角为直线与平面所成的角，证明的主要依据是直线与平面所成角的概念；

③ 求，利用解三角形的知识求角；

（2）向量法，$\sin\theta=\left|\cos<\vec{AB},\vec{n}>\right|=\frac{\left|\vec{AB}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\vec{AB}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|}$（其中$AB$为平面$\alpha$的斜线，$\vec{n}$为平面$\alpha$的法向量，$\theta$为斜线$AB$与平面$\alpha$所成的角）.

37.（2021·山东·滕州市第一中学新校高三阶段练习）如图的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，棱长为2，点E是棱DD_1的中点，点F在正方体表面上运动.以下命题不正确的有（　）



A. 侧面CDD_1C_1上不存在点F，使得$B_1F\perp CD_1$

B. 点D到面A_1BE的距离与点C_1到面A_1BE的距离之比为$\frac{1}{3}$

C. 若点F满足$B_1F//$平面A_1BE，则动点F的轨迹长度为$2\sqrt{5}$

D. 若点F到点A的距离为$\frac{2\sqrt{21}}{3}$，则动点F的轨迹长度为$2\sqrt{3}\pi$

【答案】ACD

【分析】

□□A□□□□□ F □□ C_1 □□□□□□ $B_1F\perp CD_1$ □□□□□□□B□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ C_1D □ EG □□ O □□□

$C_1O=3OD$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□C□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ F □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□D□□□□□□ F □□ A □□□□ $\frac{2\sqrt{21}}{3}$

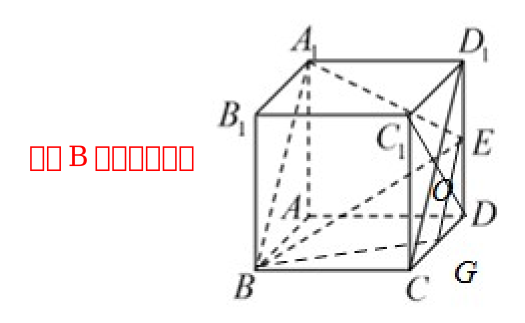
□□□□□□□□□□□□ F □□□□ D □□□.

□□□□

□□A□□□□□ F □□ C_1 □□□□□□□□ B_1C_1 □□□□□□ CDD_1C_1

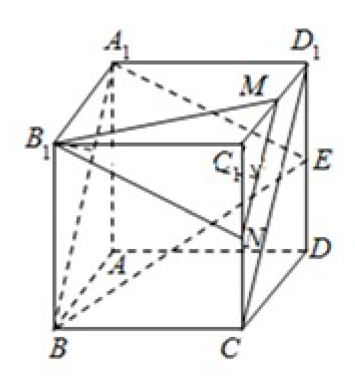
□□ $B_1F\perp CD_1$ □□A□□□

□□B□□□□□□



□□□□□□□□□□□□□□□ A_1BE □□□□□□□□□ EG,G □ CD □□□□

□□ C_1D □ EG □□ O □□□ $C_1O=3OD$ □□□□□□ D □□ A_1BE □□□□□□ C_1 □□ A_1BE □□□□□□□ $\frac{1}{3}$ □□B□□□

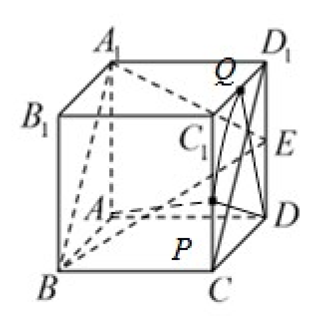


□□C□□□□□□□ C_1D_1 □□ M □ CC_1 □□ N □□□ B_1M □ B_1N □ MN □

□□ $B_1N//A_1E$ □ $MN//A_1B$ □

□□□□ $B_1MN//$ □□ A_1BE □

□□□ F □□□□□□□ MN □ $MN=\sqrt{2}$ □□ C □□□□



□□ D □□□□□□□ F□□A □□□ $\frac{2\sqrt{21}}{3}$ □

□□□□ F□□A □□□ $\frac{2\sqrt{21}}{3}$ □□□□□□□□□□□ F□□□ D□□□□□□□

□□□□□□ CDD_1C_1 □□□□□ PQ □□□ F □□□ PQ □

□□ AP□□□ ADP□□□□□□ $AP=\frac{2\sqrt{21}}{3}$ □ $AD=2$ □

□□□□□□ $PD=\sqrt{AP^2-AD^2}=\frac{4}{\sqrt{3}}$

□□□□ PCD□□ $CD=2\Rightarrow\angle PDC=\frac{\pi}{6}$ □□□ $\angle QDD_1=\frac{\pi}{6}$ □

$\therefore\angle PDQ=\frac{\pi}{6}$ □□□□□ $PQ=\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$ □□ D □□□

□□□ACD

38．（2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ e □□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-ax+b\ln x$ □□□□□□ x_0 □□□ a □□□□□□□□

□□□□□ $f(x_0)<0$ □□□□□□□□□□□□（　）

A□□□ $x_0=\sqrt{b}$ □□□ $f(x_0)<-\frac{1}{2e}$

B□□□ $x_0=\sqrt{b}$ □□□ $f(x_0)>-e^2$

C□b □□□□□ e^3

D. b 的最大值为 $2e^2$

【答案】ABD

【分析】

由题意得 $f'(x)=x-a+\frac{b}{x}(x>0)$，设 $m(x)=x-a+\frac{b}{x}(x>0)$，则 $m'(x)=1-\frac{b}{x^2}(x>0)$，可判断出当 $b>0$ 时，若 $f(x)$ 存在极大值，

此时 $f'(x)=0$ 有解，即可得 $\begin{cases}\Delta=a^2-4b>0\\x_1+x_2=a>0\\x_1x_2=b>0\end{cases}$，可得 $f(x)$ 的极大值点为 $x=x_1$，且 $x_1\in(0,\sqrt{b})$，从而得当 $x=x_1$ 时 $f(x)$ 取得极大值 $f(x_1)$，

由 $f'(x_1)=0$ 得 $x_1^2-ax_1+b=0$，则得 $f(x_1)=-\frac{1}{2}x_1^2-b+b\ln x_1$，令 $g(x)=-\frac{1}{2}x^2+b\ln x-b$，$x\in(0,\sqrt{b})$，则原命题转化为

$g(x)<0$ 在 $(0,\sqrt{b})$ 上恒成立，求出 $g(x)$ 的最大值即可

【详解】

解：由题意得 $f'(x)=x-a+\frac{b}{x}(x>0)$，

设 $m(x)=x-a+\frac{b}{x}(x>0)$，则 $m'(x)=1-\frac{b}{x^2}(x>0)$.

当 $b\le 0$ 时，则 $m'(x)>0\Rightarrow y=m(x)$ 单调递增，则 $y=f(x)$ 不可能有极大值点

(注：若有极值也是极小值)，不符合要求；

当 $b>0$ 时，若 $f(x)$ 存在极大值，此时 $f'(x)=0$ 有解，

即 $x^2-ax+b=0$ 有两个不等正根，则有 $\begin{cases}\Delta=a^2-4b>0\\x_1+x_2=a>0\\x_1x_2=b>0\end{cases}$

由此可得 $a>2\sqrt{b}$，且 $x_1=\frac{a-\sqrt{a^2-4b}}{2}$，$x_2=\frac{a+\sqrt{a^2-4b}}{2}$（设 $x_1<x_2$）

从而可得 $f(x)$ 的极大值点为 $x=x_1$，

□□ $x_1=\frac{a-\sqrt{a^2-4b}}{2}=\frac{\left(a-\sqrt{a^2-4b}\right)\left(a+\sqrt{a^2-4b}\right)}{2\left(a+\sqrt{a^2-4b}\right)}=\frac{2b}{a+\sqrt{a^2-4b}}<\frac{2b}{2\sqrt{b}}=\sqrt{b}$ □

□□ $x_0\in(0,\sqrt{b})$ □□□ $f(x)$ □ $(0,x_0)$ □□□□□

□ $(x_0,\sqrt{b})$ □□□□□ $x=x_0$ □ $f(x)$ □□□□□ $f(x_0)$ □□□ A□B □□□□□

□□ $f'(x_0)=0$ □ $x_0^2-ax_0+b=0$ □

□□ $f(x_0)=\frac{1}{2}x_0^2-ax_0+b\ln x_0=\frac{1}{2}x_0^2-(x_0^2+b)+b\ln x_0=-\frac{1}{2}x_0^2-b+b\ln x_0$ □

□ $g(x)=-\frac{1}{2}x^2+b\ln x-b$ □ $x\in(0,\sqrt{b})$ □

□□□□□□□ $g(x)<0$ □ $(0,\sqrt{b})$ □□□□□

□□□ $g'(x)=-x+\frac{b}{x}=\frac{b-x^2}{x}>0$ □□□ $y=g(x)$ □ $(0,\sqrt{b})$ □□□□□

□ $g(x)<g(\sqrt{b})=-\frac{3}{2}b+\frac{1}{2}b\ln b\le 0$ □□□□ $0<b\le e^3$ □□□ b □□□□□ e^3 □

□□ C □□□□□D □□□□□□

□□□ABD□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□ $f'(x)=0$ □□□ $x^2-ax+b=0$ □□□□□□

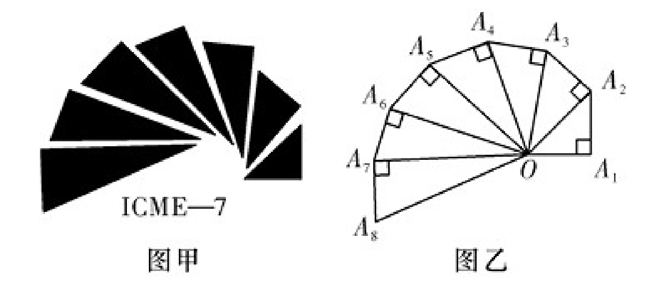
□□□□ $\begin{cases}\Delta=a^2-4b>0\\ x_1+x_2=a>0\\ x_1x_2=b>0\end{cases}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□

39□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ICME-7□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□ $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\cdots=A_7A_8=1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $OA_1A_2A_3,OA_2A_3A_4,\cdots,OA_nA_{n+1}A_{n+2},\cdots$

□□□□□□□□□ a_n □□.□□□□□ n □□□ S_n □□ a_1 □□□__________□ S_{99} □□□__________.



图甲 图乙

□□□□ $2\sqrt{2}-2$ ##

□□□□

□□.

□□□□

□□□□□□

$$a_1=\frac{1}{\frac{1}{2}\times1\times1+\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{2}}=\frac{2}{1+\sqrt{2}}=2\left(\sqrt{2}-1\right)$$ □

$$a_2=\frac{1}{\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{2}+\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=2\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$$ □

$$a_3=\frac{1}{\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{4}}=\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}=2\left(2-\sqrt{3}\right)$$ □

$$a_n=\frac{1}{\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{n}+\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{n+1}}=\frac{2}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$$ □

□ $S_n=2\left(\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)=2\left(\sqrt{n+1}-1\right)$ □

□□ $S_{99}=2\left(\sqrt{99+1}-1\right)=18$.

□□□□□ $2\sqrt{2}-2$ □18

40□□2021·□□·□□

$2,3$ □□□□□□ 1 □□□□□ $2,5,3$ □□ 2 □□□□□ $2,7,5,8,3$ □□□□□□ $n\left(n\in\mathbf{N}\right)$ □□□□□ $2,x_1,x_2,x_3,\cdots x_k,3$ □□

$a_n = 2 + x_1 + x_2 + \cdots + x_k + 3$□□ $a_3 =$ __________□□□□ a_n □□ n □□□ S_n □□ $S_n =$ __________□

□□□□ 70 $\quad \dfrac{15(3^n - 1)}{4} + \dfrac{5n}{2}$

□□□□

□□□ a_3 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ S_n

□□□□

$a_1 = 2 + 5 + 3 = 10$ □ $a_2 = a_1 + 15$ □ $a_3 = a_2 + 45$ □ $a_4 = a_3 + 5\times 3^3$ □ $\cdots$ □□ $a_n = a_{n-1} + 5\times 3^{n-1}$ □

□□ $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \cdots + a_n$

$= 10 + (a_1 + 15) + (a_2 + 45) + (a_3 + 5\times 3^3) + \cdots + (a_{n-1} + 5\times 3^{n-1})$

□□ $a_n = 10 + 15 + 45 + 5\times 3^3 + \cdots + 5\times 3^{n-1}$

$= 5 + 5(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{n-1})$

$= \dfrac{5(3^n + 1)}{2}$

□□ $a_n = \dfrac{5(3^n + 1)}{2}$ □□□ $a_3 = 70$ □

□□ $S_n = \dfrac{5}{2}[(3^1 + 1) + (3^2 + 1) + (3^3 + 1) + \cdots + (3^n + 1)]$ □

$= \dfrac{5}{2}[(3^1 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^n) + n]$

$= \dfrac{5}{2}\times\dfrac{3(1 - 3^n)}{1 - 3} + \dfrac{5n}{2}$

$= \dfrac{15(3^n - 1)}{4} + \dfrac{5n}{2}$

□□ $S_n = \dfrac{15(3^n - 1)}{4} + \dfrac{5n}{2}$ □

□□□□□70□ $\dfrac{15(3^n - 1)}{4} + \dfrac{5n}{2}$

41□□2021·□□□□·□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□ $a_1=1, a_2=3$ □ $a_{n+2}-2a_{n+1}+a_n=2$ □□ $a_4-a_3=$ ______□□□ $\{a_n\}$ □□□ $a_n=$ ______□

□□□□ 6 n^2-n+1

□□□□

□ $b_n=a_{n+1}-a_n$ □□□□□□□□□ $\{b_n\}$ □□□□□□□□ $b_n=2n$ □□□ $a_{n+1}-a_n=2n$ □□□ $a_4-a_3=b_3$ □□□“□□□”□□□□□ a_n.

□□□□

□□□□□□ $\{a_n\}$ □□ $a_{n+2}-2a_{n+1}+a_n=2$ □

□ $b_n=a_{n+1}-a_n$ □□ $b_{n+1}-b_n=2$ □□ $b_1=3-1=2$ □□□□□ $\{b_n\}$ □□□□□□

□□ $b_n=2n$ □□ $a_{n+1}-a_n=2n$ □

□□ $a_4-a_3=b_3=6$ □

□ $n\geq 2$ □□

□□ $a_n=a_1+(a_2-a_1)+(a_3-a_2)+\cdots+(a_n-a_{n-1})=1+2\times[1+2+3+\cdots+(n-1)]=n^2-n+1$ □

□□ $a_1=1$ □□□ $a_n=n^2-n+1$ □

□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□ $a_n=n^2-n+1$.

□□□□□ 6 □ n^2-n+1.

42□□2021·□□·□□"□□".□□□ 1□2 □□"□□"□□□□□□□□ 1□2□2□□□□□□□□□ 1□2□2□4□2□....□□□□□□□□□□ 6 □□__________□□□ n □“□□"□□□□□□□□ $1, x_1, x_2, \cdots x_{2^n-1}, 2$ □□□ $a_n=\log_2(1\cdot x_1\cdot x_2\cdots x_t\cdot 2)$ □□□ $t=2^n-1, n\in N$ □□□□ $|a_n|$ □□ n □□□__________.

□□□□ 8 $\dfrac{3^{n+1}+2n-3}{4}$

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 6 □□□□ $a_n=\log_2(1\cdot x_1\cdot x_2\cdots x_t\cdot 2)$ □□□ $a_{n+1}=\log_2(1^2\cdot x_1^3\cdot x_2^3\cdots\cdot x_t^3\cdot 2^2)=3a_n-1$ □

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□ 1□2 □□"□□"□□□□□□□ $1,2,2$ □

□□□□□□□ $1,2,2,4,2$ □

□□□□□□□□ $1,2,2,4,2,8,4,8,2$ □

□□□□□□ 6 □□ 8.

□□ $a_n=\log_2(1\cdot x_1\cdot x_2\cdots x_t\cdot 2)$ □

□□ $a_{n+1}=\log_2[1\cdot(1\cdot x_1)\cdot x_1\cdot(x_1\cdot x_2)\cdot x_2\cdots x_t\cdot(x_t\cdot 2)\cdot 2]$

$=\log_2(1^2\cdot x_1^3\cdot x_2^3\cdots\cdot x_t^3\cdot 2^2)=3a_n-1$ □

□ $a_{n+1}=3a_n-1$ □□ $a_{n+1}-\frac{1}{2}=3(a_n-\frac{1}{2})$ □

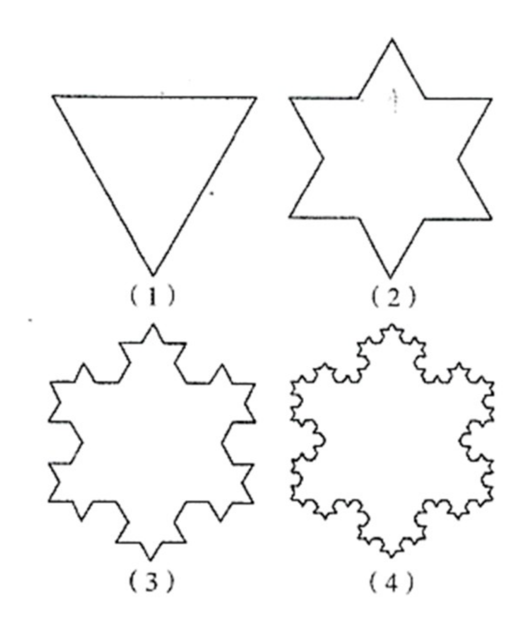
□□ $a_1-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ □□□□□ $\left\{a_n-\frac{1}{2}\right\}$ □□□□ $\frac{3}{2}$ □□□□ 3 □□□□□□

□□ $a_n-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\cdot 3^{n-1}=\frac{1}{2}\cdot 3^n$ □□□ $a_n=\frac{3^n+1}{2}(n\in N)$ □

□□□ $\{a_n\}$ □□ n □□□ $S_n=\frac{\frac{3}{2}(1-3^n)}{1-3}+\frac{1}{2}n=\frac{3^{n+1}+2n-3}{4}$.

□□□□□ 8 □ $\frac{3^{n+1}+2n-3}{4}$.

43□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□1□□2□□□□□2□□□3□□□□□□□□□□ n □□ $(n+1)$ □□□1□□□□□□□□□□□ 1□□□□ n □□□□□________□□□ n □□□□□_________□



[illegible]$3\times\left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$ $\frac{2\sqrt{3}}{5}-\frac{3\sqrt{3}}{20}\times\left(\frac{4}{9}\right)^{n-1}$

[illegible]

[illegible]n[illegible]

[illegible]

[illegible]$3\times1=3$[illegible]

[illegible]$\frac{1}{3}$[illegible]$\frac{1}{3}$[illegible]

[illegible]$3\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=3\times\frac{4}{3}$[illegible]

[illegible]$3\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=3\times\left(\frac{4}{3}\right)^{2}$[illegible]

[illegible]$3\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=3\times\left(\frac{4}{3}\right)^{3}$[illegible]

……[illegible]

[illegible]n[illegible]$\left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$[illegible]$n$[illegible]$3\times\left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$[illegible]

[illegible]n[illegible]$\frac{1}{3}$[illegible]b_n[illegible]

$b_n=\frac{1}{3}b_{n-1},n\geq 2$，$b_1=1$，所以$b_n=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$，

边数a_n的递推公式为$a_n=4a_{n-1},n\geq 2$，$a_1=3$，则$a_n=3\times 4^{n-1}$，

第一个图形的面积为$A_1=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

当$n\geq 2$时，

$$A_n=A_{n-1}+a_{n-1}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}b_n^2\right)=A_{n-1}+3\times 4^{n-2}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right]^2=A_{n-1}+\frac{3\sqrt{3}}{16}\times\left(\frac{4}{9}\right)^{n-1},$$

则$A_n=A_1+(A_2-A_1)+(A_3-A_2)+\cdots+(A_n-A_{n-1})$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{3\sqrt{3}}{16}\times\frac{\frac{4}{9}[1-(\frac{4}{9})^{n-1}]}{1-\frac{4}{9}}=\frac{2\sqrt{3}}{5}-\frac{3\sqrt{3}}{20}\times\left(\frac{4}{9}\right)^{n-1}$$

【点睛】

关键点点睛：此题考查数列的应用，考查等比数列的性质的应用，解题的关键是由题意找出边长b_n的递推公式和边数a_n的递推公式，相邻两个图形面积之间的递推关系，考查计算能力，属于较难题

44．(2021·广东·华南师大附中高三阶段练习）已知在锐角$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$2b\cos C=c\cos B$，则$\frac{\tan C}{\tan B}=$________，$\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan B}+\frac{1}{\tan C}$的最小值为________．

【答案】 2

【分析】

由$2b\cos C=c\cos B$结合正弦定理可得$\frac{\tan C}{\tan B}=2$，从而可得$\tan A=\tan[\pi-(B+C)]=\frac{3\tan B}{2\tan^2 B-1}$，则有

$\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan B}+\frac{1}{\tan C}=\frac{2}{3}\tan B+\frac{7}{6\tan B}$，再结合基本不等式可求得答案

【详解】

解：$\because 2b\cos C=c\cos B$，

$\therefore 2\sin B\cos C=\sin C\cos B$，

$\therefore \tan C = 2\tan B$□$\dfrac{\tan C}{\tan B} = 2$.

□ $A + B + C = \pi$ □

$\therefore \tan A = \tan[\pi - (B + C)] = -\tan(B + C) = -\dfrac{\tan B + \tan C}{1 - \tan B\tan C} = -\dfrac{3\tan B}{1 - 2\tan^2 B} = \dfrac{3\tan B}{2\tan^2 B - 1}$

$\therefore \dfrac{1}{\tan A} + \dfrac{1}{\tan B} + \dfrac{1}{\tan C} = \dfrac{2\tan^2 B - 1}{3\tan B} + \dfrac{1}{\tan B} + \dfrac{1}{2\tan B} = \dfrac{2}{3}\tan B + \dfrac{7}{6\tan B}$

□∵□□□ ΔABC □ $\tan B > 0$□

$\therefore \dfrac{2}{3}\tan B + \dfrac{7}{6\tan B} \geq 2\sqrt{\dfrac{2}{3}\tan B \times \dfrac{7}{6\tan B}} = \dfrac{2\sqrt{7}}{3}$ □

□□□□ $\tan B = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$ □□□□□□□□□□

$\therefore \left(\dfrac{1}{\tan A} + \dfrac{1}{\tan B} + \dfrac{1}{\tan C}\right)_{\min} = \dfrac{2\sqrt{7}}{3}$ □

□□□□□2□ $\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$

□□□□□

45□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x) = \dfrac{e^{|x-1|} - \sin(x-1)}{e^{|x-1|}}$ □□

$f(-2019) + f(-2018) + \cdots + f(2021) = 2020(a^2 + b^2) + 1$□ a□ $b \in \mathbf{R}$.□ $|a - b + 2\sqrt{2}|$ □□□□__________.

□□□□ $2 + 2\sqrt{2}$

□□□□

□□□□□□□□□□,□□□□□□□□□□□□,□□□□□□□□□□□ $|a - b + 2\sqrt{2}|$ □□□□□.

□□□□

□□□ $f(x) = 1 - \dfrac{\sin(x-1)}{e^{|x-1|}}$ □

□ $f(x) + f(2-x) = 2$ □

□ $S=f(-2019)+f(-2018)+\cdots+f(2021)$ □

□ $S=f(2021)+f(2020)+\cdots+f(-2019)$ □

$2S=4041\times2$□□$S=4041$□

□$2020(a^2+b^2)+1=4041$□

□$a^2+b^2=2$□□$u=a-b$□□$a-b-u=0$□

(a,b)□□□□$(0,0)$□□□□$r=\sqrt{2}$□□□□□□

□□$a-b-u=0$□□□□□□□

□□□□□□$a-b-u=0$□□□$d=\frac{|u|}{\sqrt{2}}$□

□$d\le r$□□$\frac{|u|}{\sqrt{2}}\le\sqrt{2}$□

□$-2\le u\le 2$□□$-2\le a-b\le 2$□

□$-2+2\sqrt{2}\le a-b+2\sqrt{2}\le 2+2\sqrt{2}$□

$-2+2\sqrt{2}\le|a-b+2\sqrt{2}|\le 2+2\sqrt{2}$□

□$|a-b+2\sqrt{2}|$□□□□□$2+2\sqrt{2}$

□□□□□$2+2\sqrt{2}$.

46□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□$\{a_n\}$□□□$0<q<1$□$a_{17}^2=a_{24}$□□□$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n>\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}$□□

□□□□n□□□□□______

□□□18

□□□□

□□□□□n□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□$\{a_n\}$□□□$0<q<1$□$a_{17}^2=a_{24}$□□□$(a_1q^{16})^2=a_1q^{23}$□

□□□ $a_1q^9=1$ □□ $a_1>0$ □□ $a_1=q^{9}$ □

□ $\{a_n\}$ □□□□□□□□ $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ □□ $\frac{1}{a_1}$ □□□□□□□ $\frac{1}{q}$ □□□□□□

□□□□□□□□□ $\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}>\frac{\frac{1}{a_1}[1-(\frac{1}{q})^n]}{1-\frac{1}{q}}$ □

□□ $0<q<1$ □□ $a_1=q^9$ □ $a_1^2=q^{18}$ □□□□□□ $q^{18}(1-q^n)>q^{1-n}(1-q^n)$ □

□□□ $q^{18}>q^{1-n}$ □ $-18<1-n$ □□□ $n<19$ □

□ $n\in\mathbf{N}_+$,□□□□□18.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

47□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□ $ABCD$ □□□□□□□ O□O □□□□□□□□□ $\triangle ABC$ □□□□□□□ $AB=BD=2$□

$AD=\sqrt{2}$ □□ $AC\perp BD$ □□□□□ $A-CD-O$ □□□□□________________.

□□□□ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

□□□□

□ $\triangle ABC$ □□□□ G□□□ G □□□ $l\perp$ □□ ABC □□□□ O □ l □□□ AC □□□ M□□□ BM□DM□□□□□□□□□ O□ G □□□□ M □ $MH\perp CD$□ H□□□ OH□□ $OH\perp CD$□□□ $\angle OHM$ □□□□ $A-CD-O$ □□□□□□□□ $\triangle OHM$ □□□□□

□□□□

□ $\triangle ABC$ □□□□ G□□□ G □□□ $l\perp$ □□ ABC □□□□ O □ l □□□ AC □□□ M□□□ BM□DM□□ $BM\perp AC$.

□□ $AC\perp BD$ □□□ $AC\perp$ □□ BDM□□ $AC\perp DM$ □□□ $AD=DC=\sqrt{2}$ □

□□ $AD^2+DC^2=AC^2$ □□□ $\angle ADC=90^\circ$ □ $DM=\frac{1}{2}AC=1$□

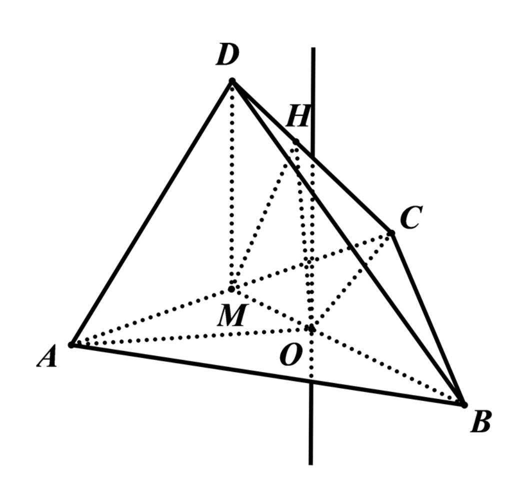
□□ $DM^2+BM^2=BD^2$□□□ $BM\perp DM$□□□ $BM\perp$ □□ ADC□

□□□□ O □□□ MB □□□□ O□ G □□.

□ M □ $MH\perp CD$ □ H □□□ OH □□ $OH\perp CD$ □□□ $\angle OHM$ □□□□ $A-CD-O$ □□□□.

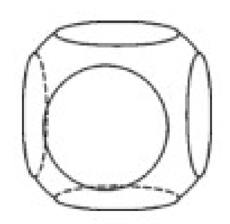
□□ $OM=\frac{BM}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ □ $HM=\frac{AD}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □□□ $\tan\angle OHM=\frac{OM}{HM}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

□□□□□ $\frac{\sqrt{6}}{3}$



48□□2021·□□ $6\sqrt{3}$ □□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 6π □□□□□□□__________□



□□□□6

□□□□

□□□□ O □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

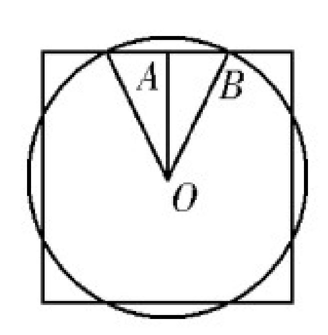
□□□□

□□□□ O □□□□□□□□□□□□□□ $OA=3\sqrt{3}$ □

□□□□□□□ 6π □□ $2\pi\times AB=6\pi$ □ $\therefore AB=3$ □

□□□□□ $\sqrt{OA^2+AB^2}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=6$ □

□□□□□6



49．（2021·□□·□□□□□□□□□□□□□）□□ F_1, F_2 □□□□□ $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{6}=1$ □□□□□□□ F_2 □□□□□□□□□□□□ A, B □□□□□

A □□□□□□□□ C，$\triangle AF_1F_2$ □□□□□ r，□ r □□□□□________。

□□□□ $\left(\frac{\sqrt{6}}{3}, \sqrt{6}\right)$

□□□□

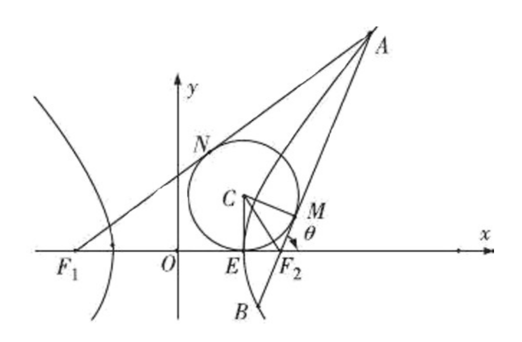
□□ C □ $\triangle AF_1F_2$ □□□ M, N, E □□□□□□□□□□□□□□□□□□ $E(a, 0)$ □□□□ CF_2 □ $\angle AF_2F_1$ □□□□□□□□□ AB □□□□ θ □□

□□ $r=\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\tan\frac{\theta}{2}}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□ θ □□□□□□□□ r □□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□ $a=\sqrt{2}$ □□□□ $b=\sqrt{6}$，$F_2(c, 0)$，$c=2\sqrt{2}$，

□□ C □ $\triangle AF_1F_2$ □□□ M, N, E □□□□□□



□□□□□□□□□ $|AN|=|AM|$，$|F_1N|=|F_1E|$，$|F_2M|=|F_2E|$

□□□□□□□ $|AF_1|-|AF_2|=2a=|F_1N|-|F_2M|$ □□ $|F_1E|-|F_2E|=2a$ □

□ $E(x_0,0)$ □□ $x_0+c-(c-x_0)=2a$ □□□□ $x_0=a$ □

□□□□□□□ C □ E □□□□□ a □

□□□□□□□□□□□□□ CF_2 □ $\angle AF_2F_1$ □□□□□□

□□□ AB □□□□□ θ □□ $\angle CF_2E=\dfrac{\pi-\theta}{2}$ □

□ $|EF_2|=c-a=\sqrt{2}$ □

$\therefore r=|CE|=|EF_2|\cdot\tan\angle CF_2E=(c-a)\tan\left(\dfrac{\pi-\theta}{2}\right)=\sqrt{2}\cdot\dfrac{1}{\tan\dfrac{\theta}{2}}$ □

□ □□□ $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{6}=1$ □□□□□ $y=\pm\sqrt{3}x$ □ $\therefore$ □□□□□□□ $\dfrac{\pi}{3}$ □ $\dfrac{2\pi}{3}$ □

□□□ AB □□□□□□□□□ A, B □□□ $\therefore$ □□ AB □□□□ θ □□□ $\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right)$ □

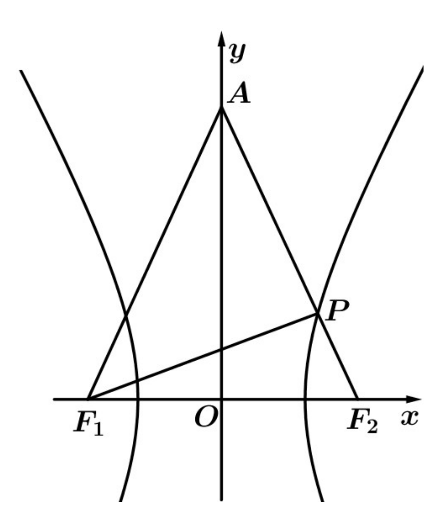
□ $\dfrac{\theta}{2}\in\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right)$ □ $\therefore\tan\dfrac{\theta}{2}\in\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\sqrt{3}\right)$ □ $\therefore r=|CE|=\sqrt{2}\cdot\dfrac{1}{\tan\dfrac{\theta}{2}}\in\left(\dfrac{\sqrt{6}}{3},\sqrt{6}\right)$.

□□□□□ $\left(\dfrac{\sqrt{6}}{3},\sqrt{6}\right)$.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ r □□□□□□□ AB □□□ θ □□□□□□□□□ θ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

50□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $C:\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1$ □□□□□□□ F_1 □ F_2 □□ P □□□□ C □□□□□□□ F_2P □□ □□□ y □□ A □□ $\overrightarrow{F_1P}\cdot\overrightarrow{F_2P}=0$ □□ $\triangle AF_1P$ □□□□□□□____________.



□□□□5

□□□□

□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$□□□ $a=5$□

□□ $F_1P\cdot F_2P=0$□□ $PF_1\perp PF_2$,

□□ $\triangle AF_1P$ □□□□□□□

□□ $\triangle AF_1P$ □□□□□□

$$r=\frac{|PF_1|+|AP|-|AF_1|}{2}=\frac{2a+|PF_2|+|AP|-|AF_1|}{2}$$

$$=\frac{2a+|AF_2|-|AF_1|}{2}=a=5.$$

□□□□□5

51□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$□$AB=BC=1$□$AA_1=2$□□ A_1B □□□□ M□□ B_1C □□□□ N□□□□□ $MN//$□□ A_1ACC_1 □□□□ MN□□□□□________.

□□□□ $\frac{2}{3}$

□□□□

□ DA,DC,DD_1 □ x,y,z □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ AA_1C_1C □□□□□□□ MN □□□ AA_1C_1C □□□□□□□□□□□

□□□□ MN □□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□ DA,DC,DD_1 □ x,y,z □□□□□□□□□□

□ $A(1,0,0),B(1,1,0),C(0,1,0),D(0,0,0),A_1(1,0,2),B_1(1,1,2),C_1(0,1,2),D_1(0,0,2)$ □

$\overrightarrow{AC}=(-1,1,0)$ □ $\overrightarrow{AA_1}=(0,0,2)$ □□□□ ACC_1A_1 □□□□□□ $\vec{p}=(x,y,z)$ □

□ $\begin{cases}\vec{p}\cdot\overrightarrow{AC}=-x+y=0\\ \vec{p}\cdot\overrightarrow{AA_1}=2z=0\end{cases}$ □□ $x=1$ □□ $y=1,z=0$ □□ $\vec{p}=(1,1,0)$ □

□ $\overrightarrow{A_1B}=(0,1,-2)$ □ $\overrightarrow{B_1C}=(-1,0,-2)$ □ $\overrightarrow{A_1B_1}=(0,1,0)$ □

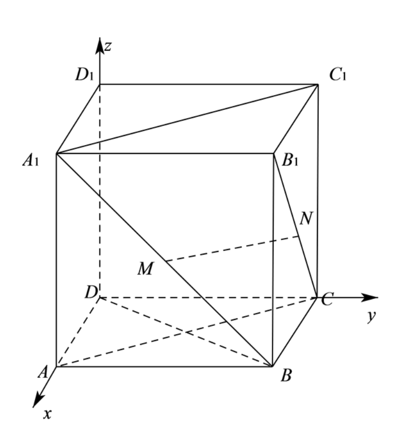
□ $\overrightarrow{A_1M}=\lambda\overrightarrow{A_1B}$ □ $\overrightarrow{B_1N}=\mu\overrightarrow{B_1C}$ □□ $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA_1}+\overrightarrow{A_1B_1}+\overrightarrow{B_1N}=(-\mu,1-\lambda,2\lambda-2\mu)$ □

$$\left|\overrightarrow{MN}\right|^2=(-\mu)^2+(1-\lambda)^2+(2\lambda-2\mu)^2=5\lambda^2+5\mu^2-8\lambda\mu-2\lambda+1$$

$$=5\left(\lambda-\frac{4\mu+1}{5}\right)^2+\frac{9}{5}\left(\mu-\frac{4}{9}\right)^2+\frac{4}{9}$$ □

□ $\begin{cases}\lambda-\dfrac{4\mu+1}{5}=0\\ \mu-\dfrac{4}{9}=0\end{cases}$ □□ $\begin{cases}\lambda=\dfrac{5}{9}\\ \mu=\dfrac{4}{9}\end{cases}$ □□ $\left|\overrightarrow{MN}\right|^2$ □□□□ $\frac{4}{9}$ □□ MN □□□□□□□ $\frac{2}{3}$ □

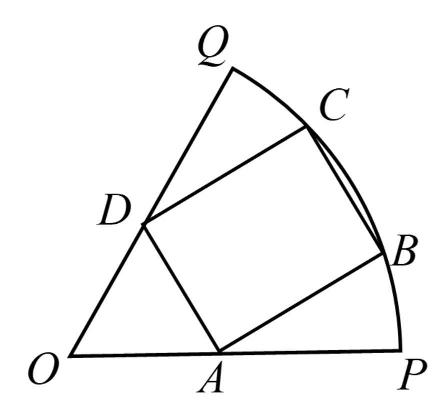
□□□□□ $\frac{2}{3}$ □



□□□□

□□□

52．（2021·□□□□·□□□□□□□□□□ PQ □□□□2，$\angle POQ=\frac{\pi}{3}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD$ □□ B、C □□ $\overset{\frown}{PQ}$ □□□□□□ $ABCD$ □□□□□□□______.



□□□□ $8-4\sqrt{3}$

□□□□

□ $\angle POQ$ □□□□□ OE □□ AD □ F，BC □ E，□□ OC，□ $\angle COE=\alpha,\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$，□□□□□□□ $\triangle AOD$ □□□□□□□□ E □ BC □□□□ F □ AD □□□□□□ AB,BC □□□□□ $ABCD$ □□□ $S=AB\cdot BC$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□$\angle POQ$□□□□□OE□□AD□F□BC□E□□□OC□

□□□□□□$\triangle AOD$□□□□□□□E□BC□□□□F□AD□□□□

□$\angle COE=\alpha,\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$□

$CE=OC\sin\alpha=2\sin\alpha$□□$AD=BC=2CE=4\sin\alpha$□

□$OF=\frac{\sqrt{3}}{2}AD=2\sqrt{3}\sin\alpha$□

$OE=OC\cos\alpha=2\cos\alpha$□□$AB=2\cos\alpha-2\sqrt{3}\sin\alpha$□

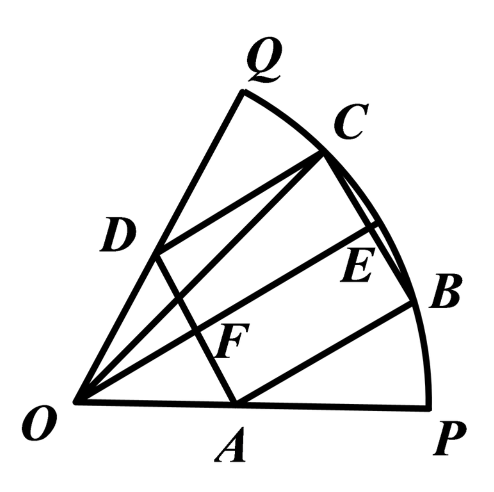
□□□□$ABCD$□□□$S=AB\cdot BC=4\sin\alpha\left(2\cos\alpha-2\sqrt{3}\sin\alpha\right)$

$=4\sin2\alpha+4\sqrt{3}\cos2\alpha-4\sqrt{3}=8\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-4\sqrt{3}$□

□$2\alpha+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$□□$\alpha=\frac{\pi}{12}$□□$S$□□□□□$8-4\sqrt{3}$□

□□□□$ABCD$□□□□□□□$8-4\sqrt{3}$.

□□□□□$8-4\sqrt{3}$.



53□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□$\Omega:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$□□□□□□□□$F_1,F_2,P$□$\Omega$□□□□$M$□$\triangle PF_1F_2$□□□□□

□ PM □ x □□□□□□ H □ $|OH|=\frac{2a}{3}$ □□ $|PF_1|=3|PF_2|$ □□ Ω □□□□□□□ ________ □

□□□□ $y=\pm\frac{\sqrt{7}}{3}x$

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ PH □□ $\triangle PF_1F_2$ □□□□□□□□□□□□□□□□

$\frac{|F_1H|}{|HF_2|}=\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=3=\frac{c+\frac{2a}{3}}{c-\frac{2a}{3}}\Rightarrow\frac{3c+2a}{3c-2a}=3\Rightarrow e=\frac{4}{3}$ □□□ Ω □□□□□□□ $y=\pm\frac{\sqrt{7}}{3}x$ □

□□□□□ $y=\pm\frac{\sqrt{7}}{3}x$

54□□2021·□□·□□□□□□□□□ O □ $\triangle ABC$ □□□□□□□□□□□ $OA=OB=OC$ □ $AB=4$ □□ $AO\cdot AB=$ ________ □

□□□□8

□□□□

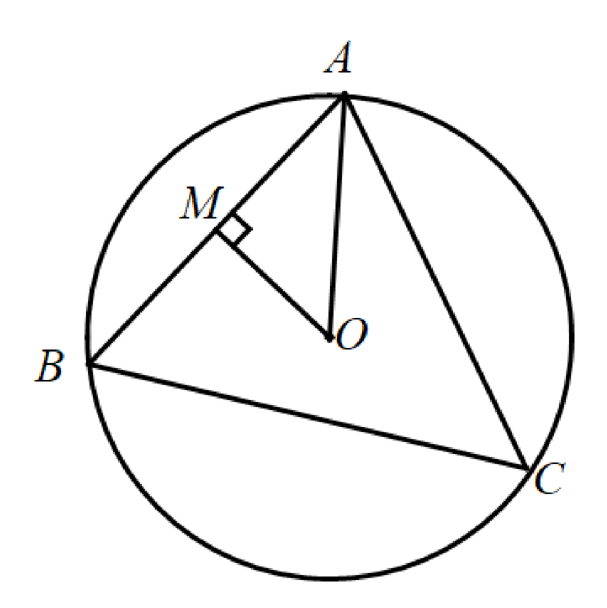
□□□□□□ O □ $\triangle ABC$ □□□□□□□□□□□□□□□ $|AO|\cos\angle OAB=\frac{1}{2}|AB|$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ O □ $\triangle ABC$ □□□□□□□□□□□ $OA=OB=OC$ □

□□ O □ $\triangle ABC$ □□□□

□ $OM\perp AB$ □□□□ M □□ $AM=\frac{1}{2}AB$ □



□$\left|\overrightarrow{AO}\right|\cos\angle OAB=\left|\overrightarrow{AM}\right|=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|=4$□

□□$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AO}\right|\cos\angle OAB=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2=8$□

□□□□□8.

55□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=\frac{e^x}{x}+t\left(\ln x-2x-\frac{1}{x}\right)$□□□□□□□□□□□□$t$□□□□□□____.

□□□□$[1,+\infty)$

□□□□

□□□$f'(x)=\frac{x-1}{x^2}[e^x-(2x+1)t]$□□□□□□□□□□□$\varphi(x)=e^x-(2x+1)t$□□□□□□ 1 □□□□□□□□□$t=\frac{e^x}{2x+1}=h(x)$□□

$h(x)=\frac{e^x}{2x+1}(x>0)$□$h'(x)=\frac{2x-1}{(2x+1)^2}e^x$□□□$h(x)$□□□□□□□□$x=\frac{1}{2}$□□□□□$\frac{\sqrt{e}}{2}$□□$h(x)$□□□□□□$y=t$□□□□□□□$h(0)=1$□

$h(1)=\frac{e}{3}<1$□□t□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□$f'(x)=\frac{x-1}{x^2}[e^x-(2x+1)t]$□□□□□□□□□□□$\varphi(x)=e^x-(2x+1)t$□□□□□□ 1 □□□□□□□□□$t=\frac{e^x}{2x+1}=h(x)$□

□$h(x)=\frac{e^x}{2x+1}(x>0)$□$h'(x)=\frac{2x-1}{(2x+1)^2}e^x$□

$h(x)$□$(0,\frac{1}{2})$□□□□$(\frac{1}{2},+\infty)$□□□□□□$x=\frac{1}{2}$□□□□□$\frac{\sqrt{e}}{2}$□

□$h(x)$□□□□□□$y=t$□□□□□□□$h(0)=1$□$h(1)=\frac{e}{3}<1$□

□□□□□$x>0$□□□□□□□□□□□$h(0))$□

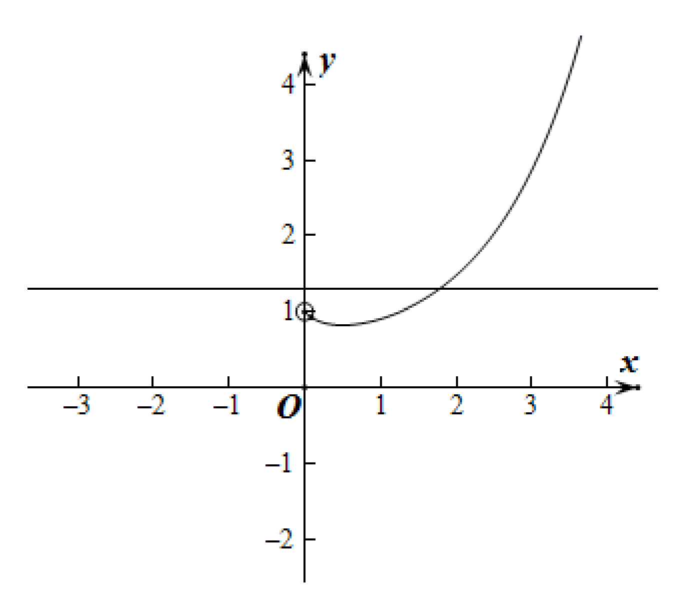
□$t.1$□□□□$y=t$□$h(x)=\frac{e^x}{2x+1}$□□□□□□□□$\varphi(x)$□□□□□□□□□□□□□□□$1)$□

□$t=\frac{\sqrt{e}}{2}$□$f'(x)=\frac{x-1}{x^2}[e^x-(2x+1)t]$□$x=\frac{1}{2}$□□□□□□□$x=\frac{1}{2}$□□□□□□

□$t=\frac{e}{3}$□□□$\varphi(x)=e^x-(2x+1)t$□□□□□□□□□□□□□□□□□□$1)$□□□$f'(x)=\frac{x-1}{x^2}[e^x-(2x+1)t]$□$x=1$□□□□□□□□□$x=1$□□□

□□□□□

□□□□□$[1,+\infty)$□



□□□□

□□□

56□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□xOy□□□$k\in\mathbf{R}$□□□$l_1:x+ky=0$□□□$l_2:kx-y-2k+1=0$□□□P□□

$C:(x-2)^2+(y-1)^2=4$□□$|PO|\cdot|PC|$□□□□□____________□

□□□□$\frac{5}{2}$##

□□□□

□□□□ $OP\perp PC$ □□□□□□□□□ $|OP|^2+|PC|^2=5$ □□□□□□□□□□□ $|PO|\cdot|PC|$ □□□□.

□□□□

□□ l_1 □□□ $O(0,0)$ □□□ l_2 □□□□ $y=k(x-2)+1$ □□□ l_2 □□□ $C(2,1)$ □

□□ $1\times k+k\times(-1)=0$ □□□□ $l_1\perp l_2$ □□□□ $OP\perp PC$ □

□□□□□□□ $|OP|^2+|PC|^2=|OC|^2=5$ □

□□□□□□□□ $|PO|\cdot|PC|\le\frac{|OP|^2+|PC|^2}{2}=\frac{5}{2}$ □

□□□□ $|OP|=|PC|=\frac{\sqrt{10}}{2}$ □□□□□□□□ $|PO|\cdot|PC|$ □□□□□ $\frac{5}{2}$.

□□□□□ $\frac{5}{2}$.

57□□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $f(x)=4x^3+ax+b$ □□ $x\in[-1,1]$ □□ $|f(x)|\le1$ □□□□□ $a+b=$____________□

□□□□-3

□□□□

□□□□□□ $x=\pm1$□ $x=\pm\frac{1}{2}$ □□ $-1\le f(x)\le1$ □□□□□□□□ a □ b□

□□□□

□ $x\in[-1,1]$ □□ $|f(x)|\le1$ □□□□□ $-1\le f(x)\le1$ □□□ $x\in[-1,1]$ □□□□

□ $x=\pm1$□ $x=\pm\frac{1}{2}$ □□ $-1\le f(x)\le1$ □□□

$x=1$□$-1\le4+a+b\le1$①

$x=-1$□$-1\le-4-a+b\le1\Rightarrow-1\le4+a-b\le1$②

$x=\frac{1}{2}$□$-1\le\frac{1}{2}+\frac{a}{2}+b\le1$③

$x=-\frac{1}{2}$□$-1\le -\frac{1}{2}-\frac{a}{2}+b\le 1\Rightarrow -1\le \frac{1}{2}+\frac{a}{2}-b\le 1$④

①+②□$-2\le 8+2a\le 2\Rightarrow -5\le a\le -3$

③+④□$-2\le 1+a\le 2\Rightarrow -3\le a\le 1$

$\therefore a=-3$,

代入①□$-2\le b\le 0$

代入③□$0\le b\le 2$

$\therefore b=0$,

$\therefore a=-3$□$b=0$,

$\therefore a+b=-3$.

证明 $f(x)=4x^3-3x$ 满足题意：

$f(x)=4x^3-3x$，则 $f'(x)=12x^2-3$□$f'(x)=0\Rightarrow x=\pm\frac{1}{2}$,

x	-1	$\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$	$-\frac{1}{2}$	$\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2},1\right)$	1
$f'(x)$		+		-		+	
$f(x)$	-1	↗	极大值：1	↘	极小值：-1	↗	1

由表可知，$|f(x)|\le 1$ 在$[-1，1]$上恒成立满足题意．

故答案为：-3.

【点睛】

本题考察恒成立问题，根据函数和区间的特殊性，可取特殊值得到关于 a 和 b 的不等式组，求出 a 和 b 的范围，从而确定 a 和 b 的取值．

58．（2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□）V—ABC □□ 2□□□□□□□□□□□□□□□□□______□

□□□□$2\sqrt{3}$.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□ b□

$\therefore V_{V-ABC}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}b^2\times\sqrt{a^2-\frac{1}{3}b^2}=3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}b\sqrt{a^2-\frac{1}{4}b^2}\times2$□□□□□ $a^2=\frac{b^4-36b^2}{3(b^2-48)}$□

$\therefore V_{V-ABC}=3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}b\sqrt{a^2-\frac{1}{4}b^2}\times2=b\sqrt{a^2-\frac{1}{4}b^2}=b\sqrt{\frac{b^4-36b^2}{3(b^2-48)}-\frac{1}{4}b^2}=\sqrt{\frac{b^6}{12(b^2-48)}}$□

□$b^2-48=t>0$□ $f(t)=\frac{(t+48)^3}{t}$□$\therefore f'(t)=\frac{3(t+48)^2t-(t+48)^3}{t^2}=\frac{2(t+48)^2(t-24)}{t^2}$□

□□□ $f(t)_{\min}=f(24)$□□□ $b^2-48=24\Rightarrow b^2=72$□□□□□□□□□□□□□

□□□ $a^2=\frac{b^4-36b^2}{3(b^2-48)}=36$□ $h=\sqrt{a^2-\frac{1}{3}b^2}=\sqrt{36-24}=2\sqrt{3}$□□□□$2\sqrt{3}$.

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

学科网中小学资源库

扫码关注

可**免费**领取**180套**PPT教学模版

✦ 海量教育资源 一触即达

✦ 新鲜活动资讯 即时上线